ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME XI. JUILLET 1956. N° 45.

TOME XI JUILLET 1956 N° 45

ANNALES DE RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T. S. F.

COMPAGNIES FRANÇAISES

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (CSF)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE (SFR)
RADIO-FRANCE (RF)
RADIO-ORIENT (RO)
COMPAGNIE RADIO-MARITIME (CRM)
COMPAGNIE D'APPLICATIONS MÉCANIQUES A L'ÉLECTRONIQUE, AU CINÉMA ET A L'ATOMISTIQUE (CAMECA)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE-AFRIQUE (SFRA)
SOCIÉTÉ ANONYME LE CONDENSATEUR CÉRAMIQUE (LCC)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES MÉTAUX ÉLECTRONIQUES (CIME)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES CÉRAMIQUES ÉLECTRONIQUES (CICE)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

Rédacteur scientifique : M. Robert WARNECKE

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F., Centre d'Information et de Documentation, 12, rue Carducci, Paris (19e).

SUR UN NOUVEAU PROCÉDÉ DE CALCUL PAR COURANTS DE HAUTE FRÉQUENCE (1)

PAR H. J. UFFLER,

Département « Calculateurs » du Centre de Recherches Techniques
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Les équations résolues par les calculateurs analogiques comportent toujours de nombreuses opérations algébriques.*

Le procédé de calcul électromécanique décrit ici permet de les effectuer avec grande précision, stabilité et simplicité.

Les chaines de calcul travaillant sous la fréquence 472 kc/s, ne comportent que des éléments passifs (capacités, inductances et feeders) à l'exclusion de tout tube à vide.

(C. D. U. : 621.374.32 : 681.142.)

SUMMARY. — *The equations solved by analogue computers always include numerous algebraic operations.*

The electromechanical computing process described here enables them to be performed with considerable accuracy, stability and simplicity.

The computing chains working at a frequency of 472 kc/s comprise passive components only (condensers, inductances and feeders) and no electron tubes whatever are used.

(U. D. C. : 621.374.32 : 681.142.)

I. INTRODUCTION.

Pour traiter les problèmes très variés qui lui sont posés, le calculateur analogique est amené à effectuer (successivement ou simultanément, mais en général de façon continue et souvent ininterrompue) un certain nombre d'opérations élémentaires parmi celles énumérées ci-après :

— opérations algébriques (addition, soustraction, multiplication, division, élévation à une puissance, extraction d'une racine) sur des fonctions mathématiques ou empiriques (expérimentales entre autres) d'une variable;

— opérations analytiques (dérivation, intégration, soit par rapport au temps, soit par rapport à une variable) de ces fonctions;

— génération de fonctions uniques ou multiples simultanées, monovariables ou polyvariables et de leurs dérivées;

— résolution d'équations ou systèmes d'équations implicites, comportant les opérations précédentes;

— matérialisation ou transmission des résultats partiels ou finaux du calcul.

Un procédé de calcul original, utilisant des courants de haute fréquence, a été mis au point par la Compagnie Générale de T. S. F. pour effectuer toutes les opérations algébriques dans ses calculateurs.

Après avoir énoncé les caractéristiques générales de ce procédé de calcul, nous commencerons par examiner les cas particuliers de la multiplication par un facteur constant de l'addition puis de la multiplication par un facteur variable pour aborder ensuite le cas général : opérateur linéaire.

Nous établirons une propriété fondamentale de ce procédé de calcul, relative aux impédances et terminerons en donnant un exemple d'utilisation de cette technique.

Un article ultérieur décrira une application de ce procédé à la génération des fonctions monovariables et polyvariables.

(1) Manuscrit reçu le 23 avril 1956.

2. CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES DU PROCÉDÉ DE CALCUL HF.

Ce procédé de calcul permet d'effectuer toutes les opérations algébriques sur des tensions électriques représentant les grandeurs intervenant dans la résolution des problèmes :

— addition (ou soustraction) de deux fonctions

$$f(x)+g(y);$$

— multiplication (ou division) de fonctions mathématiques ou empiriques

$$f(x)\times g(y)$$

(par extension, élévation à une puissance quelconque ou extraction de racine);

— combinaisons linéaires

$$\Sigma a f(x) g(y) \ldots.$$

Le procédé de calcul est électromécanique. Les grandeurs sur lesquelles sont effectués les calculs, sont matérialisées, soit par des tensions (ou courants) électriques, soit par des rotations mécaniques (par exemple pour l'entraînement des condensateurs variables des circuits multiplicateurs).

Les chaînes de calcul se composent uniquement de capacités fixes ou variables, d'inductances et de feeders (à l'exclusion de tout tube amplificateur ou séparateur). Ces chaînes sont symétriques.

Les ordres de grandeur des capacités et des inductances sont respectivement de quelques 10^2 µµF et d'une fraction de millihenry, et les tensions utilisées présentent les caractéristiques suivantes :

— fréquence fixe : 472 kc/s;
— amplitude : maximum 150 V;
— symétriques;
— stabilité nécessaire :

en fréquence : $\frac{\Delta f}{f} \leq \frac{1}{900}$;

en tension : la tension de référence H. F. étant la même pour tous les circuits d'un calculateur, il n'y a pas d'exigences de stabilité lorsque celui-ci ne comporte pas de dispositif d'intégration ou de dérivation par rapport au temps. Dans le cas contraire, la stabilité en tension est conditionnée par la précision à obtenir sur ces opérations.

Ce procédé de calcul présente un certain nombre de caractéristiques intéressantes énumérées ci-dessous et sur lesquelles nous reviendrons plus en détail dans les chapitres suivants :

— Précision :
ordre du 1/5 000e par élément de calcul;
ordre du 1/1000e global dans une chaîne complexe.

— Stabilité : dans le temps, supérieure au 1/10 000e (pas de tubes dans les chaînes de calcul).

— Coefficient de température : erreur par degré centigrade : 10.10^{-6}.

— Fidélité : celle des mécaniques d'entraînement; environ 1/10 000e.

— Insensibilité aux défauts d'isolement (une fuite de 1 MΩ à la masse provoque une erreur très inférieure à 10^{-4}).

— Souplesse : réalisation d'opérations multiples par simple connexion des quadripôles (ou multipôles) opérateurs.

3. ÉTUDE DE QUELQUES CAS PARTICULIERS.

Pour simplifier, nous supposerons dans cette étude que les circuits ne sont pas chargés. Le cas où les circuits sont fermés sur une impédance non infinie sera traité au paragraphe 5.

Les calculs sont conduits en raisonnant sur les admittances.

3.1. Multiplication (ou division) par un facteur fixe.

3.1.1. Cas théorique. — Nous supposerons, dans ce paragraphe, que tous les éléments sont correctement réglés et parfaits (capacités sans fuite, inductances sans résistance Q_∞).

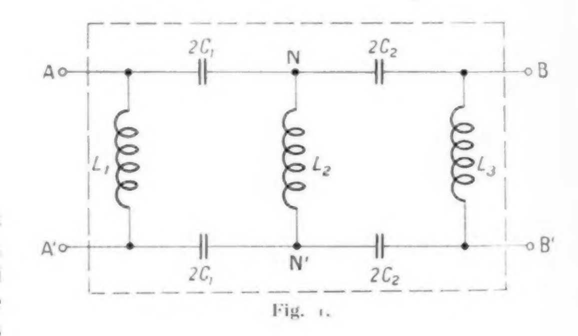


Fig. 1.

Le quadripôle utilisé est représenté sur la figure 1. Il est symétrique et réglé de façon que, à la fréquence de travail (fixe) chaque bras parallèle résonne avec le bras série.

(L_1 accorde C_1, L_2 accorde C_1+C_2, L_3 accorde C_2. Les opérations de réglage consistent effectivement à

court-circuiter NN′ pour ajuster L_1
» AA′ et BB′ » L_2
» NN′ » L_3.)

Les admittances des éléments constitutifs sont donc :

pour les capacités :

$$2K_1 = 2jC_1\omega, \qquad 2K_2 = 2jC_2\omega;$$

pour les inductances :

$$L_1 : \quad -K_1 = \frac{1}{jL_1\omega};$$

$$L_2 : \quad -(K_1 + K_2) = \frac{1}{jL_2\omega};$$

$$L_3 : \quad -K_2 = \frac{1}{jL_3\omega}.$$

Appliquons aux bornes d'entrée AA′ deux tensions symétriques V_e et $-V_e$.

Soient V_s et $-V_s$ les tensions de sortie (également symétriques).

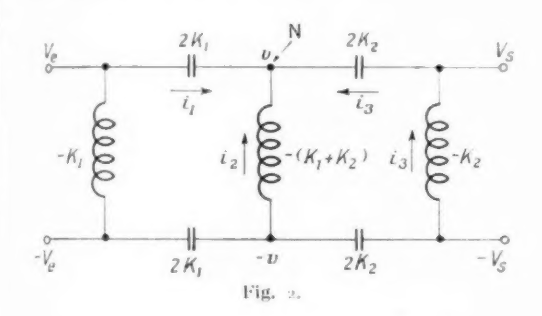


Fig. 2.

L'application au nœud N (*fig.* 2) de la loi de Kirchoff donne

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

avec

$$i_1 = 2K_1(V_e - v),$$
$$i_2 = -(K_1 + K_2)(-2v) = 2(K_1 + K_2)v,$$
$$i_3 = 2K_2(V_s - v).$$

Soit

$$2K_1(V_e - v) + 2(K_1 + K_2)v + 2K_2(V_s - v) = 0,$$
$$K_1V_e + K_2V_s = 0,$$
$$V_s = -\frac{K_1}{K_2}V_e,$$
$$V_s = -\frac{C_1}{C_2}V_e.$$

La tension de sortie V_s est égale (au signe près) au produit de la tension d'entrée par le rapport des capacités série. (Le circuit étant symétrique, on rétablit la polarité en croisant les connexions de sortie.)

Remarque. — Le circuit étant ouvert

$$i_3 = 2K_2V_s$$

si l'on compare à l'équation

$$i_3 = 2K_2(V_s - v),$$

on constate que, dans ce cas théorique, la tension intermédiaire v est nulle, d'où

$$i_2 = 0 \qquad \text{et} \qquad i_3 = -i_1.$$

Le quadripôle opérateur peut donc être considéré comme l'association en série de deux cellules en Π (passe haut) transformant successivement une tension en courant proportionnel, puis ce courant en tension proportionnelle.

3.1.2. Cas réel (*fig.* 3). — Dans la réalité, les capacités sont entachées de déréglages $2\gamma_1$, $2\gamma'_1$, $2\gamma_2$, $2\gamma'_2$ et leurs résistances de fuite sont ρ_1, ρ'_1, ρ_2, ρ'_2.

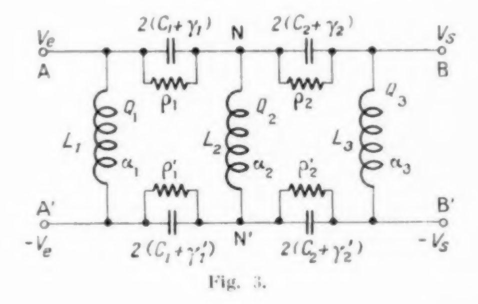


Fig. 3.

Les inductances sont entachées de déréglages α_1, α_2, α_3 et leurs surtensions sont Q_1, Q_2, Q_3.

Un calcul analogue à celui développé dans le paragraphe précédent conduit, pour la tension de sortie V_s, à la formule condensée (*voir* étude détaillée en Annexe I)

$$V_s = -\frac{C_1}{C_2}V_e\left\{1 + \varepsilon_s\left(\gamma_1, \gamma'_1, \gamma_2, \gamma'_2, \frac{1}{\rho_1}, \frac{1}{\rho'_1}, \frac{1}{\rho_2}, \frac{1}{\rho'_2}\right) + \left[\varepsilon_p\left(\alpha_2, \alpha_3, \frac{1}{Q_2}, \frac{1}{Q_3}\right)\right]^2\right\},$$

où

ε_s est un infiniment petit du premier ordre, fonction des déréglages et fuites des capacités série;

ε_p est un infiniment petit du premier ordre, fonction des déréglages et surtensions des inductances parallèles.

On peut résumer cette formule sous la forme

$$V_s = -\underbrace{\frac{C_1}{C_2} V_e}_{\text{valeur théorique}} \left[1 + \underbrace{\left(\begin{matrix} \text{erreur} \\ \text{éléments} \\ \text{série} \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} \text{erreur} \\ \text{éléments} \\ \text{parallèles} \end{matrix} \right)^2}_{\text{correctif apporté en réalité}} \right].$$

Discussion. — La valeur théorique trouvée au paragraphe 3.1.1 est corrigée par deux termes erreurs :

1° Un terme ε_s relatif aux imperfections des éléments série (capacités) qui influe *au premier ordre* sur la précision de l'opération.

Dans la pratique, les capacités utilisées sont à diélectrique céramique et l'on pourra toujours négliger leur résistance de fuite.

Par contre, une erreur de réglage d'une des capacités (ou, ce qui revient au même, une capacité parasite non compensée entre points A et N ou N et B agira dans la même proportion sur le résultat.

2° Un terme ε_p relatif aux imperfections des éléments parallèles (inductances) qui influe *au second ordre* sur la précision de l'opération.

Dans la pratique, la surtension des inductances dépasse 250. La perturbation apportée par le fait qu'elle n'est pas infinie est inférieure au 1/50 000e et donc négligeable. On voit d'autre part qu'un déréglage d'une inductance de 1 % affectera le résultat de 1/10 000e.

Remarque. — Les fuites par rapport à la masse (défauts d'isolement), les capacités parasites par rapport à la masse ou entre points symétriques des circuits (A et A', N et N', B et B') viennent en parallèle sur les inductances et n'influent donc qu'au second ordre sur la précision du calcul.

(Par exemple une fuite de 1 MΩ à la masse, à chaque borne d'une inductance de 0,5 mH et $Q = 250$ ramène sa surtension apparente de 250 à environ 200 et fait passer la valeur de la perturbation apportée par cette inductance de 1/62 500e à 1/40 000e.)

3.2. Addition (ou soustraction) pondérée.

Nous n'examinerons que le cas théorique, ne comportant que des éléments parfaits, toutes les considérations relatives au cas réel et développées au paragraphe 3.1.2 se transposant immédiatement ici.

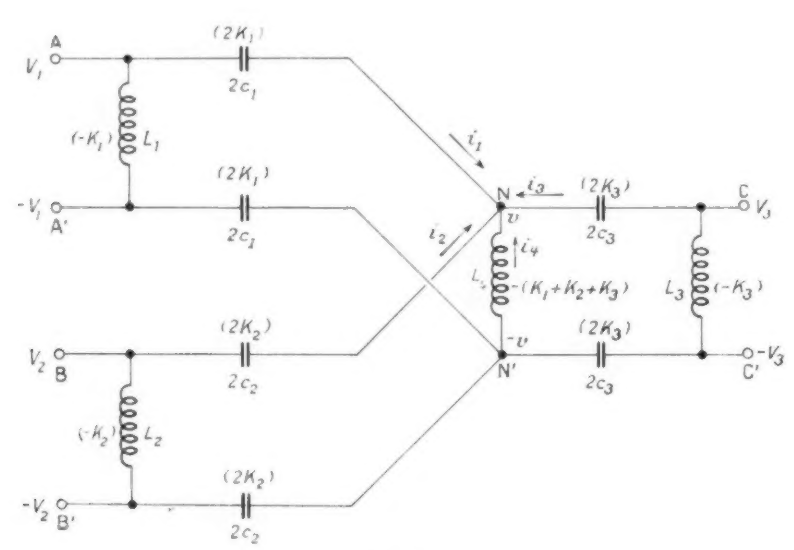


Fig. 4.

Le circuit utilisé est représenté sur la figure 4.

Les valeurs des admittances des différents éléments figurent entre parenthèses.

Le circuit est réglé de façon que, à la fréquence de travail, chaque bras parallèle résonne avec le bras série (L_1 accorde C_1, L_2 accorde C_2, L_3 accorde C_3, L_4 accorde $C_1 + C_2 + C_3$).

Conduisant le calcul comme au paragraphe 3.1.1 et écrivant au point N :

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0,$$

soit

$$2K_1(V_1 - v) + 2K_2(V_2 - v) + 2K_3(V_3 - v) + 2(K_1 + K_2 + K_3)v = 0,$$

on en déduit

$$V_3 = -\frac{K_1 V_1 + K_2 V_2}{K_3},$$

soit

$$V_3 = -\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_3}.$$

Pour faire une simple addition, on réalisera de construction $C_1 = C_2 = C_3$.

Pour faire une soustraction, il suffit de croiser les connexions reliant les capacités $2C_2$ aux points N et N'.

deux capacités $2C_1$ (*fig.* 1) du circuit multiplicateur par un facteur fixe. Mais dans ces conditions, les quantités accordées par les inductances L_1 et L_2 ne resteraient pas constantes et donc la théorie ne serait plus valable.

On est donc amené à compléter ce dispositif par deux capacités dont les variations sont complémentaires (de façon que les accords de L_1 et L_2 restent inchangés) et telles que la somme des courants arrivant aux points N et N' suive la loi désirée.

On est ainsi conduit au circuit représenté sur la figure 5.

La somme des capacités accordées par L_1(NN' étant court-circuités) est constante et d'admittance égale

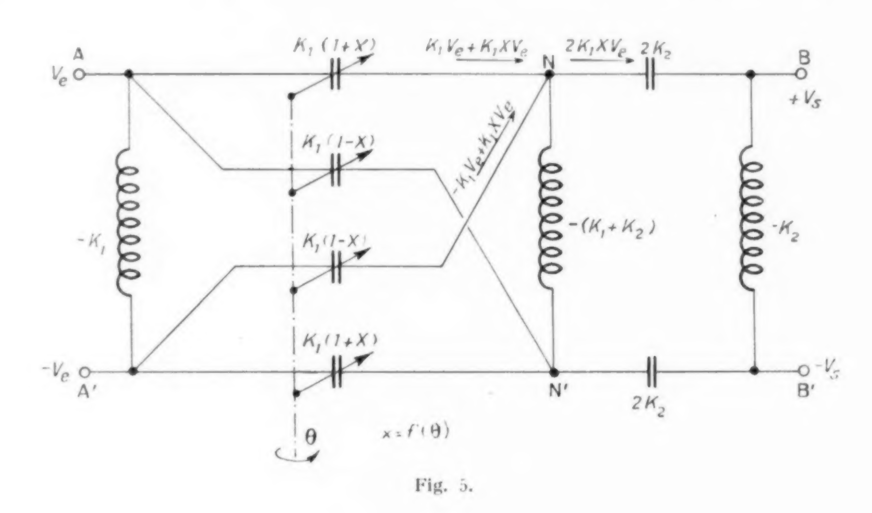


Fig. 5.

Remarque. — De même qu'au paragraphe 1.1.1, on voit aisément que la tension intermédiaire v est nulle, de même que le courant i_4.

On a donc

$$i_3 = -(i_1 + i_2),$$

i_1, i_2, i_3 étant respectivement proportionnels à V_1, V_2, V_3, on voit que l'addition des grandeurs se fait sous forme d'addition de courants aux points N et N' (appelés dans les chaînes de calcul « points de courant », les points AA', BB', CC' étant appelés « points de tension »).

3.3. Multiplication (ou division) par un facteur variable.

Il semblerait qu'il n'y ait, pour effectuer cette opération, qu'à rendre variable simultanément les

à K_1. De même L_2 accorde (AA' et BB' étant court-circuités) l'admittance constante $(K_1 + K_2)$.

Dans ces conditions, la tension de sortie est

$$V_s = -\frac{K_1}{K_2} X V_e.$$

La figure 6 donne un exemple de réalisation de quatre capacités dont la variation simultanée répond aux conditions décrites ci-dessus.

K_1 est l'admittance (fixe) d'un quart du condensateur.

Un rotor cylindrique isolant, portant sur sa surface des armatures métalliques dont la forme conditionne la loi du condensateur, tourne à l'intérieur d'un stator cylindrique isolant dont l'intérieur porte également des armatures.

(Cas du condensateur C. S. F. — isolant : stéatite;

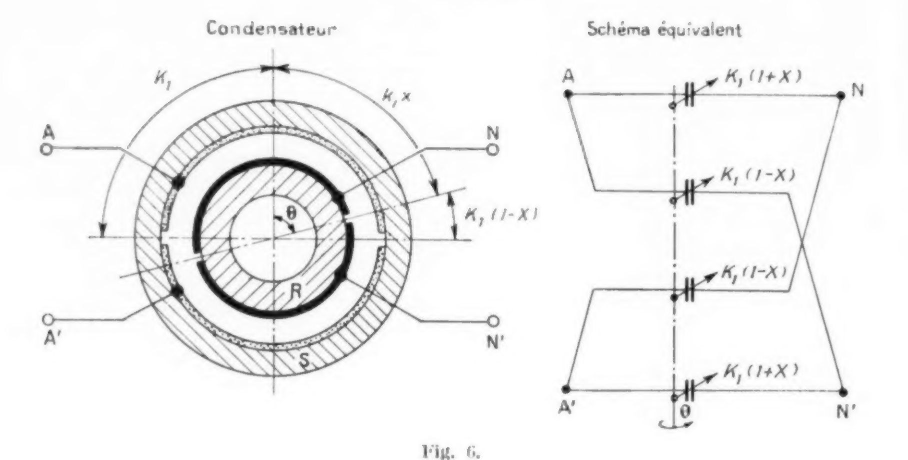
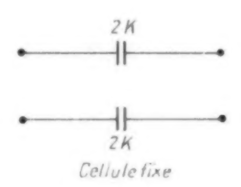


Fig. 6.

armatures : dépôts d'argent; entrefer : 0,2 mm; capacité totale : environ 600 μμF; précision : ordre du 1/5 000e.)



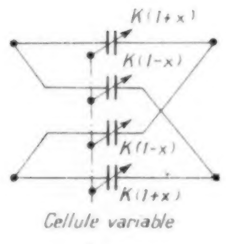


Fig. 7.

Remarque (*fig.* 7). — Une cellule fixe est un cas particulier de cellule variable dans laquelle $X = 1$.

4. CIRCUIT GÉNÉRAL : OPÉRATEUR LINÉAIRE.

4.1. Cas théorique (*fig.* 8).

(Tous éléments supposés parfaits et correctement réglés.)

Considérons n demi-cellules multiplicatrices (par facteur constant ou variable), connectées à la même inductance NN', les conditions d'accord des inductances étant réalisées comme il a été décrit dans les paragraphes précédents.

Les quantités portées sur la figure sont les admittances des différents éléments; soient $(V_1, -V_1)$, $(V_2, -V_2)$, ..., $(V_n, -V_n)$ les couples de tensions symétriques aux bornes du multipôle :

$$X_1 = f_1(\theta_1),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$X_n = f_n(\theta_n),$$

les lois des différents condensateurs variables.

Un calcul analogue à ceux précédemment faits (§ 3.1.1) conduit à la relation

$$\sum_{i=1}^{i=n} K_i X_i V_i = 0, \qquad \text{avec} \quad X_i = f_i(\theta_i).$$

Tout couple de tension résulte d'une combinaison linéaire des ($n - 1$) *autres et des paramètres fixes ou variables introduits de construction ou mécaniquement dans l'opérateur.*

4.2. Cas réel.

Les conclusions établies au paragraphe 3.1.2 s'appliquent intégralement au cas général :

erreurs du premier ordre apportées par les imperfections des éléments série;

erreurs du second ordre apportées par les imperfections des éléments parallèles.

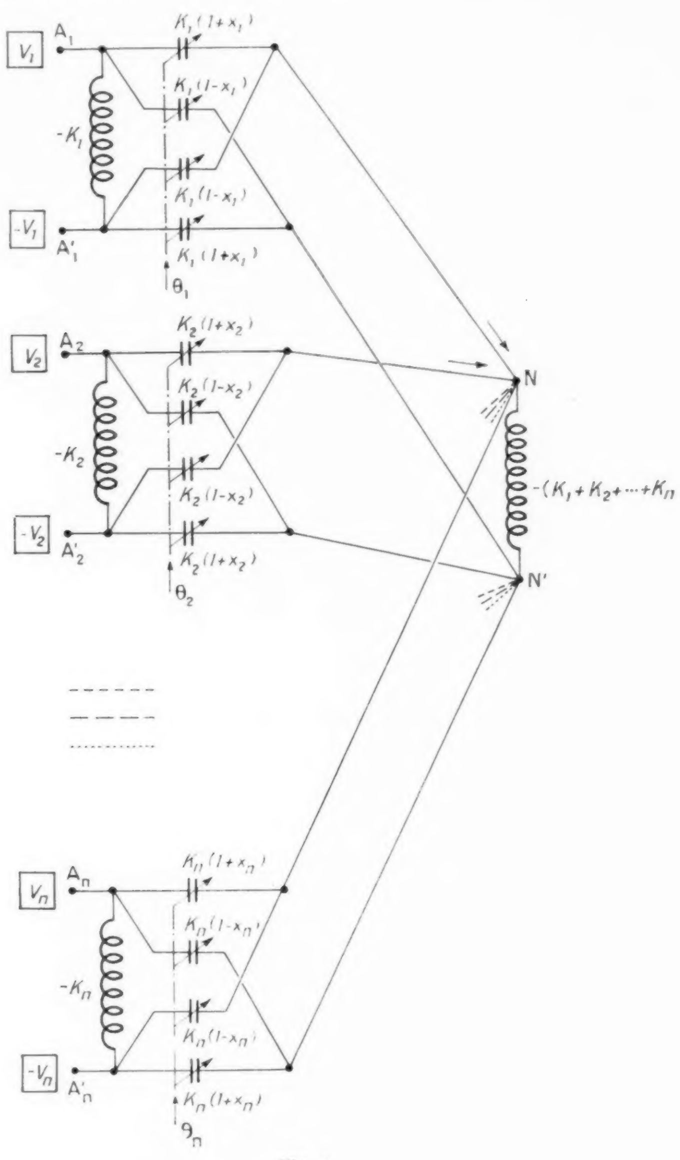


Fig. 8.

5. CONSTITUTION DE CHAÎNES DE CALCUL COMPLEXES.

5.1. Association en série de plusieurs circuits.

Un quadripôle calculateur (multiplicateur par exemple) est équivalent à un circuit comportant un transformateur parfait (*voir* Annexe III).

D'autre part (*voir* Annexe II), le rapport entre l'admittance de transfert Y_t et l'admittance itérative Y_{it} d'un tel circuit est Q^2 (soit > 50 000).

En conséquence (*fig.* 9) si l'on constitue une chaîne de calcul par plusieurs circuits en série et qu'on l'alimente en tête par un générateur d'impédance interne presque nulle, chaque circuit (*fig.* 10) se comporte comme un générateur d'admittance interne Y_t chargé par une admittance Y_{it}.

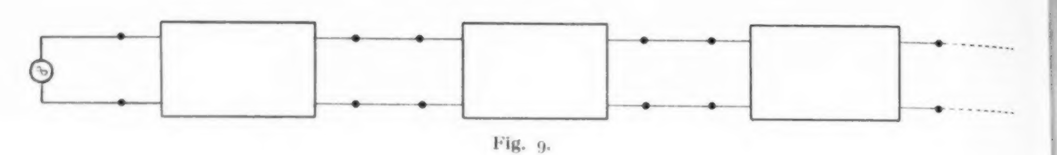


Fig. 9.

Le rapport $\frac{Y_t}{Y_d}$ étant égal à Q^2, on voit que le fait de charger un circuit par un autre ne fausse la valeur théorique de l'opération que de $\frac{1}{Q^2}$ $\left(\text{soit} < \frac{1}{10\,000}\right)$.

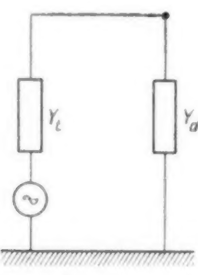


Fig. 10.

Conséquence fondamentale. — Une chaîne de calcul complexe sera constituée de circuits calculateurs élémentaires *simplement connectés entre eux sans interposition d'amplificateurs ni séparateurs*. Elle ne comporte aucun tube à vide.

5.2. Exemple de chaîne de calcul.

Transformation de coordonnées polaires en coordonnées cartésiennes. — Soit à calculer l'abscisse d'un point dont on connaît les coordonnées polaires (par exemple : distance, D; site, S; gisement, G; donnés par un radar).

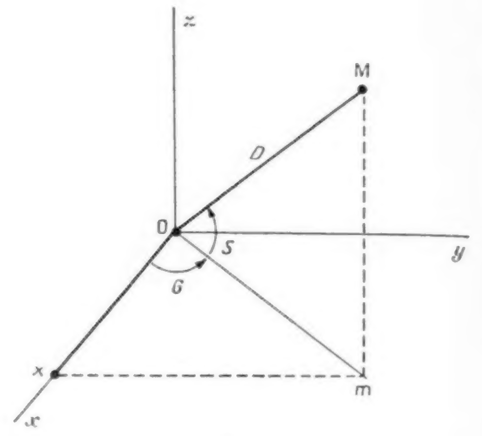


Fig. 11.

Les calculs à effectuer sont (*fig.* 11)

$$Om = D \cos S,$$

$$x = Om \cos G,$$

$$x = D \cos S \cos G.$$

Nous utiliserons une chaîne constituée par trois circuits multiplicateurs connectés en série (*fig.* 12), alimentée par un générateur H. F. de très basse

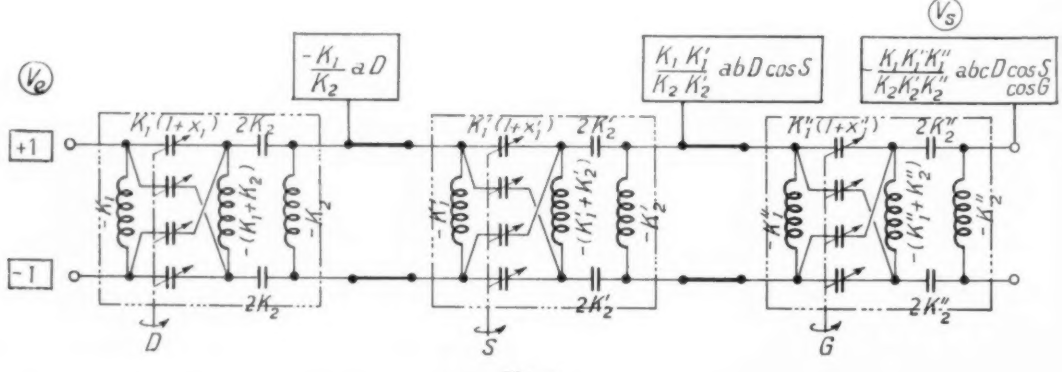


Fig. 12.

impédance interne, fournissant la tension H. F. de référence.

Les opérations élémentaires effectuées par chaque circuit étant

$$V_1 = aD, \qquad V'_1 = b\cos S, \qquad V''_1 = c\cos G.$$

Le résultat final est

$$V_S = -\frac{k_1 k'_1 k''_1}{k_2 k'_2 k''_2}\, abc\, D \cos S \cos G,$$

soit

$$V_S = -kD\cos S\cos G,$$

en posant

$$k = \frac{k_1 k'_1 k''_1}{k_2 k'_2 k''_2}\, abc = \text{const.}$$

Nota. — Un condensateur « sinusoïdal » donne à la fois les fonctions sinus et cosinus. Trois condensateurs variables (1 linéaire, 2 sinusoïdaux) suffisent donc pour effectuer la transformation complète des coordonnées polaires D, S, G en coordonnées cartésiennes X, Y, Z.

ANNEXE I.

VALEUR RÉELLE DU RAPPORT DE TRANSFORMATION.

Pour ne pas alourdir les calculs, nous ferons cette étude dans le cas du multiplicateur par un coefficient constant. Elle s'étend sans difficultés au cas du facteur variable.

Nous examinerons séparément les erreurs causées par les éléments parallèles (inductances) et celles causées par les éléments série (capacités).

Tant que ces erreurs sont petites, il est bien évident que leurs influences sur la précision s'ajoutent.

1. Influence des erreurs dues aux éléments parallèles (inductances).

Une inductance de valeur L accordant une capacité $C\left(L = \frac{1}{C\omega^2}\right)$ se présente en réalité comme indiqué sur la figure 13.

ΔL représentant le déréglage (positif ou négatif), r la résistance série, Q la surtension, son admittance est donc $\left(\text{si } \frac{\Delta L}{L} \text{ est petit}\right)$:

$$Y_L = \frac{1}{j(L+\Delta L)\omega} + \frac{1}{QL\omega},$$

$$Y_L \# \frac{1}{jL\omega}\left[1 - \frac{\Delta L}{L} + \frac{j}{Q}\right],$$

soit

$$Y_L = -K[1+\varepsilon],$$

avec

K, admittance $jC\omega$ de la capacité accordée par la valeur théorique de l'inductance L;

$$\varepsilon = -\frac{\Delta L}{L} + \frac{j}{Q}.$$

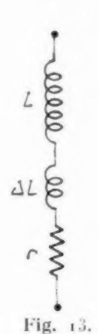


Fig. 13.

Raisonnant sur la figure 14 (sur laquelle les valeurs portées sont celles des admittances), comme

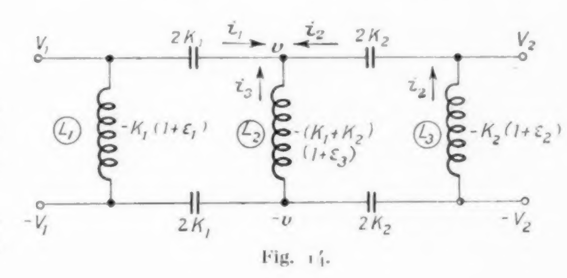


Fig. 14.

au paragraphe 3.1.1, nous avons

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

$$2K_1(V_1 - v) - 2v\,|-(K_1+K_2)(1+\varepsilon_3)| + 2K_2(V_2 - v) = 0,$$

soit

$$(1) \qquad K_1V_1 + K_2V_2 + \varepsilon_3(K_1+K_2)v = 0,$$

d'autre part,

$$i_2 = 2V_2K_2(1+\varepsilon_2) = (V_2 - v)2K_2,$$

d'où

$$v = -V_2\varepsilon_2,$$

en reportant dans (1)

$$K_1V_1 + K_2V_2 - \varepsilon_2\varepsilon_3(K_1+K_2)V_2 = 0,$$

$$V_2 \# -\frac{K_1}{K_2}V_1\left[1 + \frac{K_1+K_2}{K_2}\varepsilon_2\varepsilon_3\right],$$

$$V_2 \# -\rho[1+\delta]V_1,$$

avec

$-\rho$, valeur théorique $= -\frac{K_1}{K_2}$;

δ, terme correctif.

Discussion :

$$\delta = \frac{K_1 + K_2}{K_2}\left(-\frac{\Delta L_2}{L_2} + \frac{j}{Q_2}\right)\left(-\frac{\Delta L_3}{L_3} + \frac{j}{Q_3}\right).$$

1.1. Influence de la surtension seule. — Les inductances sont supposées correctement réglées :

$$\frac{\Delta L_2}{L_2} = \frac{\Delta L_3}{L_3} = 0,$$

$$\delta = -\frac{K_1 + K_2}{K_2}\,\frac{1}{Q_2 Q_3} = -\frac{C_1 + C_2}{C_2}\,\frac{1}{Q_2 Q_3}$$

$$= (\rho + 1)\,\frac{1}{Q_2 Q_3}.$$

On peut encore mettre ce terme sous la forme

$$\delta = \frac{\dfrac{-j(K_1 + K_2)}{Q_3}\cdot\dfrac{-jK_2}{Q_2}}{K_2^2},$$

soit

$$\delta = \frac{g_2 g_3}{C_2^2 \omega^2},$$

avec

$g_3 = \frac{-j(K_1 + K_2)}{Q_3}$, conductance de l'inductance L_3;

$g_2 = \frac{-jK_2}{Q_2}$, conductance de l'inductance L_2.

Le terme δ est pratiquement constant dans le temps et en général négligeable tant que ρ n'est pas trop grand.

En effet pour $\rho = \frac{1}{2}$ ($C_1 = 100$ pF, $C_2 = 200$ pF) et $Q_2 = Q_3 = 250$, valeurs aisément dépassées en fabrication, on a

$$|\delta| = \frac{100 + 200}{200}\,\frac{1}{(250)^2} \approx \frac{1}{40\,000}.$$

Il est de toute façon possible d'en tenir compte dans le réglage. Il n'introduit pas de composantes déphasées.

1.2. Influence des désaccords. — Supposons $Q_2 = Q_3 = Q$:

$$\delta = (\rho + 1)\left[\frac{\Delta L_2}{L_2}\,\frac{\Delta L_3}{L_3} - \frac{j}{Q}\left(\frac{\Delta L_2}{L_2} + \frac{\Delta L_3}{L_3}\right) - \frac{1}{Q^2}\right].$$

Premier terme : $-(\rho + 1)\frac{1}{Q^2}$ a été étudié au paragraphe précédent.

Deuxième terme : $(\rho + 1)\frac{\Delta L_2}{L_2}\frac{\Delta L_3}{L_3}$ n'introduit une erreur que si les deux inductances L_2 et L_3 sont déréglées simultanément.

Exemple :

$$\text{Si}\quad \frac{\Delta L_2}{L_2} = \frac{\Delta L_3}{L_3} = 1\,\% \qquad \text{et} \qquad \rho = \frac{1}{2}$$

ce terme est inférieur à $1/6\,000^e$, donc petit.

Par contre, il croît avec ρ. Pour $\rho = 2$ il serait $< 1/3\,000^e$.

Troisième terme : $-(\rho + 1)\frac{j}{Q}\left(\frac{\Delta L_2}{L_2} + \frac{\Delta L_3}{L_3}\right)$ introduit une erreur si une seule des deux inductances est déréglée. Cette erreur est en quadrature avec la tension principale de calcul et croît avec ρ.

Exemple : Partant des données précédentes :

$$-j\,\frac{\frac{1}{2} + 1}{250}\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right) \approx \frac{-j}{8\,000}.$$

2. Influence des erreurs dues aux éléments série (capacités).

Supposons que la capacité $2C_1$ soit entachée d'une erreur $2\Delta C_1$ (et donc son admittance de $2\Delta K_1$) (*fig.* 15).

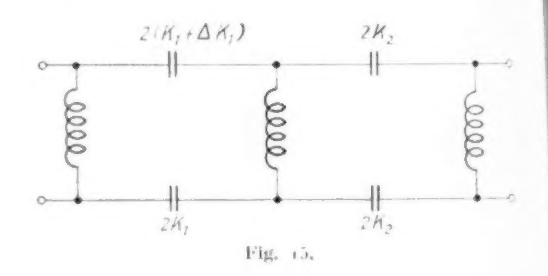


Fig. 15.

Tout se passe comme si les deux capacités symétriques C_1 étaient entachées d'une erreur $\pm\Delta C_1$ autour d'une nouvelle valeur $2\left(C_1 + \frac{\Delta C_1}{2}\right)$ (*fig.* 16).

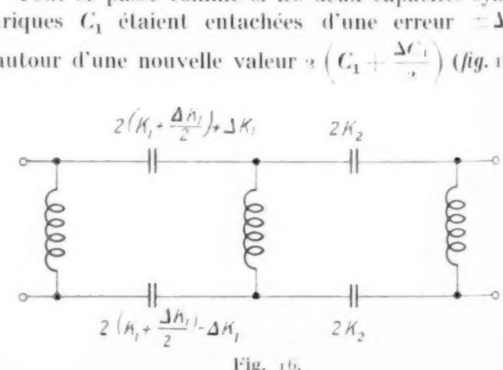


Fig. 16.

Il en résulte :

a. Une nouvelle valeur du rapport de transformation

$$\rho + \Delta\rho = \frac{K_1 + \frac{\Delta K_1}{2}}{K_2},$$

lequel est donc faussé de

$$\Delta\rho = \frac{\Delta K_1}{2K_2} = \frac{\Delta C_1}{2C_2}.$$

On voit bien ici qu'une erreur sur une capacité joue au premier ordre sur la précision.

b. Une dissymétrie sur les tensions calculées dont les conséquences sur la précision ne sont que du second ordre.

3. Conséquences. Règles pratiques d'utilisation du circuit calculateur H. F.

De l'étude précédente, nous pourrons déduire les règles suivantes :

3.1. Les éléments série (capacités) doivent être réglés le mieux possible et exempts de pertes. En pratique, les capacités utilisées sont à diélectrique céramique de pertes négligeables. Leur coefficient de température est inférieur à 10.10^{-6} (par tri dans la fabrication). Leur stabilité dans le temps est meilleure que le 1/10 000e. Enfin, un nouvel appareil de mesure appelé « bloc de réglage » a été créé spécialement pour permettre de les régler à ± 1/20 000e de la valeur théorique.

3.2. Les erreurs dues aux éléments parallèles sont toutes proportionnelles à $\rho + 1$. Il ne faut donc pas utiliser dans les chaînes de calcul de précision des rapports de transformation de valeur élevée.

En pratique, on prendra toujours $\rho \leq 1$ (ce qui est toujours possible étant donné que les chaînes H. F. peuvent être attaquées en tête sous une tension de l'ordre de 150 V amplitude).

3.3. On prendra des inductances de bonne surtension (celles réalisées couramment en fabrication ont un $Q > 250$), et dont la stabilité soit meilleure que 1 %. (Condition d'autant moins impérative que ρ est plus petit.)

ANNEXE II.

ADMITTANCES DU QUADRIPÔLE MULTIPLICATEUR.

Nous ferons également cette étude dans le cas du multiplicateur par un coefficient constant. Elle s'étend immédiatement au cas du facteur variable.

1. Admittance d'entrée du quadripôle chargé par une admittance α.

C'est par définition

$$Y_e = \frac{i_1}{2V_1} \quad (\textit{fig. } 17).$$

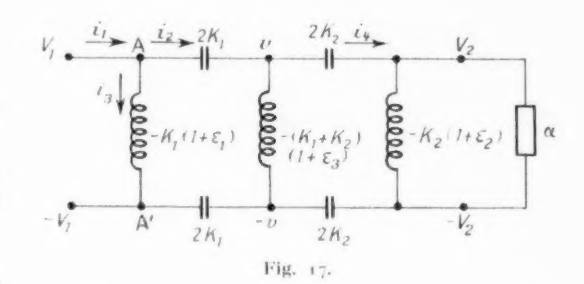


Fig. 17.

au point A :

$$i_1 = i_2 + i_3,$$

soit

$$(1) \qquad i_1 = -2K_1 v - 2K_1 \varepsilon_1 V_1,$$

d'autre part

$$i_4 = 2K_2(v - V_2) = 2V_2[\alpha - K_2(1 + \varepsilon_2)],$$

d'où l'on tire

$$v = \frac{V_2}{K_2}[\alpha - K_2\varepsilon_2]$$

et après report dans (1)

$$Y_e = \frac{i_1}{2V_1} = -\frac{K_1}{K_2}\frac{V_2}{V_1}(\alpha - K_2\varepsilon_2) - K_1\varepsilon_1,$$

nous avons vu qu'au second ordre près,

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{K_1}{K_2} = -\rho,$$

d'où

$$\underline{Y_e = \rho^2(\alpha - K_2\varepsilon_2) - K_1\varepsilon_1.}$$

Application. — Dans un calculateur, le circuit ci-dessus sera fermé soit sur un circuit de caractéristiques semblables (opérations en cascade), soit sur un dispositif électronique de forte impédance d'entrée (minimum 1 MΩ).

Calculons dans le premier cas son impédance itérative Z_{it} :

$$Y_{it} = \rho^2(Y_{it} - K_2\varepsilon_2) - K_1\varepsilon_1,$$

d'où

$$Y_{it} = \frac{\rho^2 K_2\varepsilon_2 - K_1\varepsilon_1}{1 - \rho^2}$$

pour

$$\rho = \frac{1}{2}; \qquad C_1 = 100 \text{ pF}; \qquad C_2 = 200 \text{ pF}; \qquad Q_1 = Q_2 = 250;$$

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 = 0;$$

on trouve

$$Y_d \# 0{,}8.10^{-6} \text{ mho},$$

soit

$$Z_d \# 1\,250\,000\ \Omega.$$

On voit que cette impédance est très élevée, et que, si les inductances sont correctement réglées ($\Delta L_1 = \Delta L_2 = 0$), c'est une résistance pure.

Le même quadripôle fermé sur une résistance pure de 1 M aurait comme impédance d'entrée :

$$Z_e \# 500\,000\ \Omega.$$

2. Admittance de transfert du quadripôle (*fig.* 18).

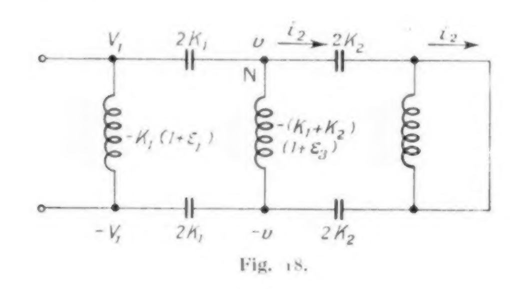


Fig. 18.

Les bornes de sortie du quadripôle étant court-circuitées. C'est

$$Y_t = \frac{i_2}{2V_1}.$$

Des deux relations

$$i_2 = 2K_2 v$$

et

$$2K_1(V_1 - v) + 2(K_1 + K_2)(1 + \varepsilon_3)v - i_2 = 0 \quad \text{(au nœud N)},$$

on tire, après élimination de v,

$$Y_t = \frac{i_2}{2V_1} = -\frac{K_1 K_2}{(K_1 + K_2)\varepsilon_3}.$$

Application. — Reprenant l'exemple du paragraphe 1, on trouve

$$Y_t = \frac{1}{20} \text{ mho}, \qquad \text{soit} \quad Z_t = 20\ \Omega.$$

L'impédance est très basse et se réduit à une résistance pure lorsque les inductances sont correctement réglées.

3. Relation fondamentale entre l'admittance itérative et l'admittance de transfert.

Nous supposerons que les inductances sont correctement réglées ($\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L_3 = 0$) et ont toutes la même surtension ($Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$).

Dans ces conditions $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon = \frac{j}{Q}$. D'autre part,

$$\rho = \frac{K_1}{K_2}.$$

L'admittance itérative Y_d se met sous la forme

$$Y_d = \frac{-\rho^2 K_2 \varepsilon_2 - K_1 \varepsilon_1}{1 - \rho^2} = K_1 \varepsilon \frac{1 - \rho}{1 - \rho^2} = \frac{K_1 \varepsilon}{1 + \rho}.$$

De même l'admittance de transfert Y_t se met sous la forme

$$Y_t = -\frac{K_1 K_2}{(K_1 + K_2)\varepsilon_3} = -\frac{K_1}{(1 + \rho)\varepsilon}.$$

Leur rapport a pour expression

$$\frac{Y_t}{Y_d} = -\frac{K_1}{(1 + \rho)\varepsilon}\,\frac{1 + \rho}{K_1 \varepsilon} = -\frac{1}{\varepsilon^2} = -\left(\frac{Q}{j}\right)^2,$$

$$\frac{Y_t}{Y_d} = Q^2.$$

Dans la pratique, compte tenu de légers désaccords des inductances, ce rapport sera voisin de Q^2 et donc $> 50\,000$.

ANNEXE III.

ÉQUIVALENCE ENTRE UN CIRCUIT MULTIPLICATEUR ET UN CIRCUIT COMPORTANT UN TRANSFORMATEUR PARFAIT.

1. Rapport de transformation.

Considérons le circuit représenté sur la figure 19 (a, A_1, A_2, sont des admittances).

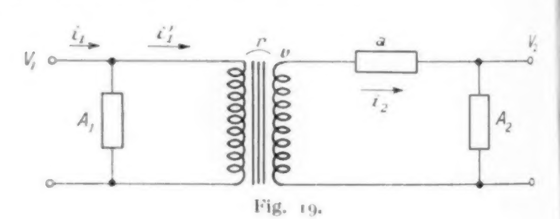


Fig. 19.

Le transformateur étant parfait, on a

$$v = r V_1$$

quel que soit le débit.

D'autre part,

$$i_2 = a(v - V_2) = A_2 V_2.$$

Par élimination de v, on obtient

$$(1) \qquad V_2 = r\left[1 - \frac{A_2}{a}\right] V_1.$$

Dans le cas du quadripôle multiplicateur, on avait

$$V_2 = -\rho\left[1 + \frac{K_1 + K_2}{K_2}\varepsilon_2\varepsilon_3\right]V_1,$$

qu'on peut aussi mettre sous la forme

$$(2) \qquad V_2 = -\rho\left[1 - \rho\frac{K_2\varepsilon_2}{Y_t}\right]V_1.$$

On voit que les formules (1) et (2) sont identiques, si l'on fait

$$r = -\rho, \qquad a = \frac{Y_t}{\rho}, \qquad A_2 = K_2\varepsilon_2.$$

Application. — Reprenant les valeurs de l'exemple donné au paragraphe 1 de l'annexe II, on aurait

$$r = -\frac{1}{2}, \qquad a = \frac{1}{10}\ \text{mho}, \qquad A_2 = 5 . 10^{-5}\ \text{mho}.$$

2. **Admittance d'entrée.**

Fermons le circuit de la figure 19 sur une admittance de charge α.

L'admittance d'entrée est

$$Y_e = \frac{i_1}{V_1}.$$

Le transformateur étant parfait, on a

$$i_2 = \frac{i'_1}{r}.$$

D'autre part,

$$i_2 = (A_2 + \alpha)V_2 \qquad \text{et} \qquad i'_1 = i_1 - A_1V_1,$$

on en déduit

$$Y_e = A_1 + r^2(A_2 + \alpha).$$

Dans le cas du quadripôle, on avait

$$Y_e = -K_1\varepsilon_1 + \rho^2(-K_2\varepsilon_2 + \alpha),$$

on voit que ces formules sont identiques si l'on fait en plus

$$A_1 = -K_1\varepsilon_1.$$

CONCLUSION.

La technique de calcul H. F. décrite ici, est la technique de base du calculateur analogique C. S. F. Ses qualités de précision, souplesse et stabilité situent celui-ci entre le calculateur analogique classique, dont la souplesse, la facilité de mise en œuvre et la commodité d'exploitation (calcul continu, effectué conformément au processus du phénomène physique, les entrées et les sorties se faisant simplement sous forme analogique) sont bien connues, mais dont la précision est rapidement limitée, et la machine arithmétique dont la précision est pratiquement illimitée mais qui calcule « coup par coup » suivant un processus en général très éloigné de celui du phénomène physique et dont les entrées et sorties nécessitent codage et décodage.

Son domaine d'application est, en conséquence, considérable, des calculateurs « militaires » (conduite de tir d'artillerie, guidage d'engins, interception, etc.) aux machines de tri et contrôle de pièces détachées (tri de condensateurs, mesure automatique de coefficients de température, etc.) en passant par l'importante catégorie des simulateurs d'étude ou d'exploitation (simulateur d'avion, de barrage, d'usine automatique, de réseau, etc.) et des régulateurs.

Nous nous sommes limités, dans cet article, à l'étude des opérations algébriques. Le procédé de calcul H. F. permet également la génération simultanée de fonctions empiriques multiples d'une même variable et la génération de fonctions empiriques de plusieurs variables.

L'examen de ces questions fera l'objet d'un prochain article dans lequel nous montrerons également comment il est alors possible d'augmenter considérablement la précision de calcul.

LES TUBES CATHODIQUES A MÉMOIRE ÉLECTROSTATIQUE ET LEURS APPLICATIONS (¹)

PAR CH. DUFOUR,

Département Recherches « Électronique et Atomistique » du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *L'auteur indique d'abord la place des différents tubes à mémoire électrostatique dans la classification générale des tubes à image. L'exposé comprend ensuite une première partie générale rappelant les principes d'une mémoire électrostatique ainsi que les processus fondamentaux concernant le dépôt de charges électriques sur un isolant par un pinceau fin d'électrons. Dans une seconde partie, les différents types de tubes à mémoire déjà développés sont passés en revue ainsi que leurs principales applications :*

— *Barrier Grid Storage Tube et Tube à grille de commande par transmission (Hergenröther);*
— *Tube à conductibilité induite pour transformation radar PPI-télévision;*
— *Tubes récepteurs à entretien d'image.* (C. D. U. 621.385.832.)

SUMMARY. — *The author first shows the place occupied by the various electrostatic memory tubes in the general classification of image tubes. The article then comprises a first general section restating the principles of an electrostatic memory, together with the fundamental processes regarding the deposition of electric charges on an insulator, by means of a fine electron beam. In the second section, the various types of memory tubes already developed are passed in review as well as their main applications :*

— *Barrier Grid Storage Tube and Transmission Grid-Control Tube (Hergenröther);*
— *Induced Conductivity Tube for Radar PPI-to-Television Transformation;*
— *Picture Retention Receiver Tubes.* (U. D. C. 621.385.832.)

1. GÉNÉRALITÉS.

Les tubes cathodiques à mémoire électrostatique peuvent être rangés parmi les « tubes à image ». Cette dénomination couvre usuellement trois catégories distinctes de tubes électroniques, suivant la classification ci-dessous.

1.1. Image → image.

Il s'agit essentiellement des tubes convertisseurs d'image dans lesquels une photocathode frappée par les photons incidents émet des électrons qui vont ensuite exciter la fluorescence d'un écran observé par l'œil.

— Photocathode-écran fluorescent parallèle et à très faible distance l'un de l'autre.
— Transport d'image électrostatique ou magnétostatique :

— Convertisseur d'image pour infrarouge (photocathode Ag-O-Cs);
— Intensificateurs d'images radioscopiques;
— Télescope électronique du Professeur Lallemand (l'écran fluorescent est ici remplacé par une plaque photographique à l'intérieur du tube).

— Tube R. C. A. pour composition typographique ultrarapide (transport d'image + déflexion spéciale).

1.2. Signaux électriques → image.

Cette classe de tube comprend tous les tubes récepteurs à écran fluorescent ou à écran modulateur de lumière (tableau A).

1.3. Image → signaux électriques.

Dus à l'essort de la télévision, ces tubes forment maintenant un groupe important. Si certains d'entre eux sont périmés (dissecteur de Farnsworth et iconoscope), ils n'en offrent pas moins un tel intérêt

(¹) Manuscrit reçu le 6 mars 1956.

historique qu'il n'est pas possible de les omettre dans notre énumération (tableau B)..

1.4. **Signaux - signaux.**

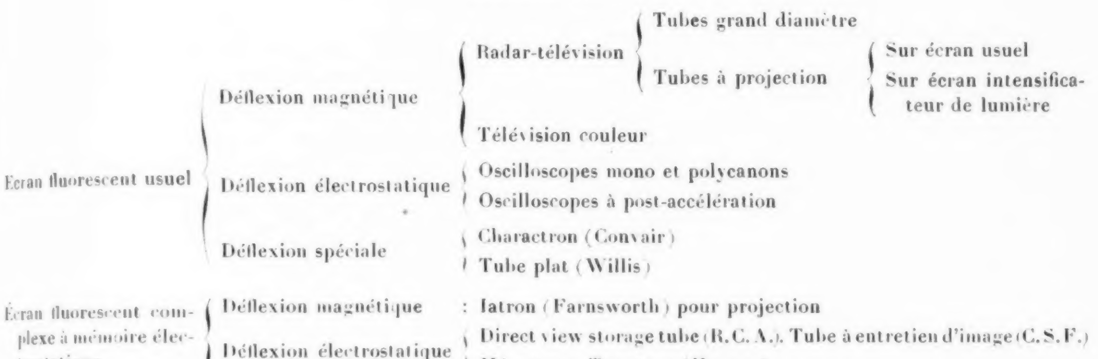
Dans les tubes récepteurs à mémoire, ainsi que dans certains tubes de prise de vue de télévision, nous voyons apparaître sur la surface d'une couche mince diélectrique une distribution du potentiel correspondant à l'image lumineuse.

Si nous prenons l'exemple de l'iconoscope : les photons frappent une mosaïque de condensateurs élémentaires et les chargent par effet photoélectrique (l'armature libre étant constituée par un grain d'oxyde d'argent activé au césium). Nous obtenons donc simultanément sur la cible :

— une image lumineuse donnée par un objectif photographique;

— en chaque point de cette image, une charge

TABLEAU A.



- Écran fluorescent usuel
  - Déflexion magnétique
    - Radar-télévision
      - Tubes grand diamètre
      - Tubes à projection
        - Sur écran usuel
        - Sur écran intensificateur de lumière
    - Télévision couleur
  - Déflexion électrostatique
    - Oscilloscopes mono et polycanons
    - Oscilloscopes à post-accélération
  - Déflexion spéciale
    - Charactron (Convair)
    - Tube plat (Willis)
- Écran fluorescent complexe à mémoire électrostatique
  - Déflexion magnétique : Iatron (Farnsworth) pour projection
  - Déflexion électrostatique
    - Direct view storage tube (R. C. A.). Tube à entretien d'image (C. S. F.)
    - Mémotron. Typotron (Hugues)
- Écran modulateur de lumière
  - Skiatron : formation de centres F colorés dans un écran de ClK
  - Eidophore : déformation d'une surface liquide

TABLEAU B.

- *Photoémissifs*
  - Sans mémoire : Dissecteur de Farnsworth
  - A mémoire électrostatique
    - Balayage à électrons rapides
      - Iconoscope
      - Super iconoscope
        - Photicon (Pye)
        - Super Emitron (E. M. I.)
        - Ériscope (R. I.)
    - Balayage à électrons lents.
      - Orthicon-C. P. S. Émitron
      - Image orthicon
- *Photoconducteurs* : Balayage à électrons lents : Vidicon : (Staticon-conductron)

TABLEAU C.

- *Tubes à grille de commande*
  - 1 canon : QK 464 Hergenröther (Raytheon)
  - 2 canons coaxiaux : Metrechon (R. C. A.)
- *Prélèvement des charges déposées par le faisceau d'inscription*
  - 1 canon : Barrier Grid Storage Tube
    - Radechon R. C. A.
    - TCM 12 C. S. F.
    - Tube Bell
  - 2 canons coaxiaux : Tubes à conductibilité induite
    - Graphecon R. C. A. : Cible isolante
    - TMA 403 C. S. F. : Cible semi-conductrice

électrostatique proportionnelle, dans certaines limites, à l'éclairement du point considéré.

Il nous paraît donc légitime, de classer par extension, parmi les tubes à image, les tubes cathodiques dans lesquels apparaît une distribution de charges à la surface d'une couche mince isolante, même si ces charges ne sont pas déposées ou prélevées par effet photoélectrique. Nous classerons ces tubes à mémoire dans une quatrième catégorie : « signaux électriques → signaux électriques »; l'image, tout en existant sous forme de distribution de potentiel *dans un espace à deux dimensions*, n'apparaît alors jamais sous sa forme lumineuse.

Un certain nombre de types de ces tubes à mémoire, « intermédiaires » dans une chaîne complexe d'utilisation, sont dès maintenant en cours de développement (tableau C).:

1.5. Objet de l'exposé.

Les tubes image → image énumérés en 1.1 ne comportent aucun élément de mémoire; les tubes image → signaux ont déjà fait l'objet de nombreuses publications à l'occasion de la prise de vue Télévision. Nous nous limiterons donc à l'étude des tubes récepteurs à mémoire et des tubes signaux → signaux du paragraphe 1.4.

Dans ce cadre, nous nous proposons :

— tout d'abord d'expliquer à quels processus élémentaires sont dues les caractéristiques inhabituelles de ces tubes;

— ensuite d'explorer les possibilités nouvelles qui nous sont offertes par les différents types de tubes à mémoire électrostatique.

2. PRINCIPES DE FONCTIONNEMENT DES TUBES CATHODIQUES A MÉMOIRE.

L'élément de base d'une mémoire électrostatique est un condensateur. On peut facilement imaginer différents systèmes à mémoire basés sur la charge et la décharge d'une capacité sans qu'un faisceau électronique dans le vide intervienne. Nous allons montrer en premier lieu quelles sont les propriétés de tels dispositifs et voir ensuite quelles modifications et possibilités nouvelles apportent les tubes électroniques utilisant les mêmes principes de base.

2.1. Principe d'une mémoire électrostatique.

Imaginons une batterie de p condensateurs identiques dont les armatures respectives sont reliées, les unes à un point commun, les autres à un commutateur selon le schéma de la figure 1.

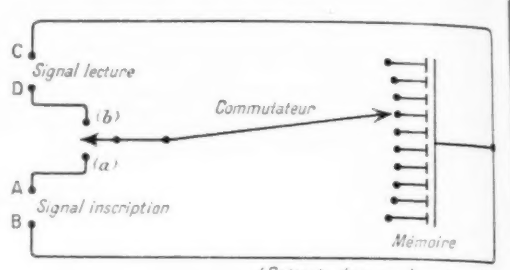


Fig. 1.

Dans une première phase, l'inverseur est placé en position (a). Si nous appliquons entre A et B une différence de potentiel $V_A - V_B = f(t)$ entre les instants 0 et T pendant que le commutateur met successivement l'armature libre de chaque condensateur en liaison avec A pendant l'intervalle de temps $\tau = \frac{T}{p}$, nous obtenons pour un condensateur quelconque (n° k par exemple) une charge proportionnelle à la valeur moyenne de $f(t)$ entre les instants $k\tau$ et $(k+1)\tau$. Nous enregistrons d'autant plus correctement $f(t)$ que p est plus grand et nous pouvons conserver cette fonction sans altération si les condensateurs sont supposés sans fuite ohmique.

Dans une seconde phase, nous plaçons l'inverseur en position (b) et nous déplaçons le commutateur suivant la même loi que précédemment. Les valeurs successives de $\frac{1}{\tau}\int_{k\tau}^{(k+1)\tau} f(t)\,dt$ apparaissent alors entre C et D.

Nous avons bien réalisé la mise en réserve d'une fonction et sa récupération après un temps arbitraire (sans déformation pour p infini). Le premier processus est en général appelé « inscription », le second « lecture ». Étudions-les de façon plus détaillée.

2.1.1. Inscription. — 2.1.1.1. *Inscription à l'équilibre.* — C'est le cas où l'impédance de la source qui fournit le signal d'inscription entre A et B est suffisamment faible pour que la constante de temps de charge du condensateur soit inférieure à τ.

Une seconde inscription identique à la première ne modifie pas la répartition des potentiels sur les armatures de chaque condensateur.

2.1.1.2. *Inscription loin de l'équilibre.* — La

constante de temp sde charge de chaque condensateur est très grande devant τ. Chaque condensateur sera alors chargé proportionnellement à $\left(\overline{V_A - V_B}\right)_{k\tau}^{(k+1)\tau}$. Si le facteur de proportionnalité reste de l'ordre de 1/10e ou 1/20e, une seconde inscription identique à la première va pratiquement doubler les charges déposées précédemment (ce qui revient à supposer linéaire le début de la courbe exponentielle de charge).

Nous disposons donc ici d'un dispositif qui nous permet d'effectuer des additions; nous ajouterons, par exemple à une fonction $f(t)$ entre 0 et T une seconde fonction $g(t)$ en l'inscrivant entre les instants T et $2T$.

Nous pourrons nous permettre n inscriptions additives si la constante de temps de charge reste grande devant $n\tau$.

2.1.1.3. *Variantes.* — Il est facile de concevoir de nombreuses variantes dans les caractéristiques d'inscription, soit en jouant sur la constitution de l'élément de mémoire (combinaisons variées résistances-capacités), soit en agissant sur le mode de commutation.

Nous citerons seulement un cas qui sera réalisé dans les tubes à mémoire à conductibilité induite : les condensateurs élémentaires d'abord chargés à un potentiel constant sont plus ou moins déchargés par le commutateur d'inscription en fonction du signal à enregistrer.

2.1.2. Lecture. — 2.1.2.1. *Avec prélèvement de charges.* — C'est le cas le plus simple indiqué en 2.1 lors de l'exposé du principe général de fonctionnement d'une mémoire électrostatique (*fig.* 1). Suivant l'impédance de sortie en CD, la constante de temps de décharge pourra être :

— très petite devant le temps τ' pendant lequel le commutateur connecte un condensateur à D; une seule lecture sera alors possible;

— grande devant τ', les capacités ne seront alors que partiellement déchargées lors d'un seul passage du commutateur et N lectures deviendront nécessaires pour effacer l'inscription.

Naturellement, les premières lectures seules restitueront à chaque balayage du commutateur des fonctions semblables à $f(t)$, avec un facteur de proportionnalité décroissant à chaque lecture.

Nous avons jusqu'ici supposé qu'inscription et lectures avaient lieu successivement, à l'aide du même commutateur et suivant la même loi de balayage. Il est facile d'envisager une indépendance complète, à la fois dans la vitesse de balayage et dans l'ordre d'inscription et de lecture de chaque élément de mémoire grâce à deux commutateurs indépendants suivant le schéma de la figure 2.

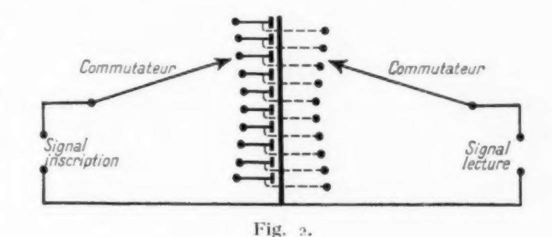


Fig. 2.

2.1.2.2. *Sans prélèvement de charges.* — Il suffit, dans le cas précédent de faire tendre vers l'infini la valeur de la résistance de sortie en CD. Pratiquement, il suffira d'attaquer en D la grille d'une triode « cathode follower » par exemple pour reconstituer sans déformation autant de fois qu'on le désirera la fonction inscrite.

Mais une variante de ce dispositif nous intéresse particulièrement (*fig.* 3). Si nous disposons de p triodes, chaque grille étant commandée par l'armature libre de chaque condensateur élémentaire,

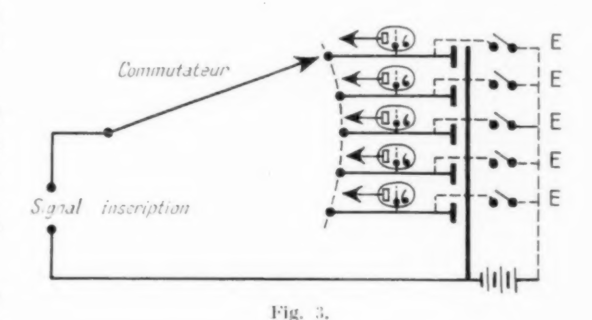


Fig. 3.

il devient facile soit de disposer *en permanence* de la fonction $f(t)$ inscrite, en lisant *simultanément* le courant des p sorties d'anode, soit d'effectuer une infinité de lectures au moyen d'un commutateur comme précédemment.

2.1.3. Effacement. — Dans les conditions 2.1.1.1, inscription à l'équilibre, nous n'avons pas à nous préoccuper de la remise à l'état initial du dispositif quel que soit le mode de lecture envisagé; il n'en est pas de même dans les autres cas. L'opération qui consiste à ramener toutes les armatures libres au même potentiel avant de recommencer une inscription porte le nom d'effacement.

Différentes dispositions pourront être prises :

— Inverseur position (*a*). Court-circuit AB et balayage par le commutateur dans le dispositif de la figure 1.

— Batterie de p commutateurs E dans le cas de la figure 3.

Naturellement, de nombreuses variantes sont ici aussi permises.

2.2. Dépôt et retrait de charges électriques sur un isolant par un pinceau d'électrons.

On passe de l'un des dispositifs à mémoire électrostatique décrite en 2.1 au tube cathodique spécial correspondant, en remplaçant les p condensateurs élémentaires par une couche mince isolante métallisée sur une face (équivalente à une mosaïque de condensateurs) et les commutateurs par des pinceaux fins d'électrons dans le vide. On bénéficie ainsi de la rapidité caractéristique de l'électronique, et, pour employer le langage des spécialistes des machines à calculer, on réalise des mémoires à très court temps d'accès.

En fait, la comparaison des tubes à mémoire réalisés aux systèmes définis plus haut n'est pas aussi simple, à cause des phénomènes d'émission secondaire des électrons par les matériaux frappés par le faisceau de commutation. Nous devrons donc, avant de poursuivre notre parallèle, rappeler sommairement les lois qui régissent cette réémission, tantôt souhaitable, tantôt gênante comme nous allons le voir.

2.2.1. Coefficient d'émission secondaire δ. — C'est la valeur statistique du nombre d'électrons éjectés de la cible considérée par électron incident.

Ce coefficient δ dépend de nombreux facteurs, nature du matériau, angle d'incidence, etc., mais le paramètre le plus important est la vitesse d'impact, liée au potentiel d'accélération, c'est-à-dire à la différence de potentiel ΔV entre la cathode émissive et la face bombardée.

Pour ΔV inférieur à quelques dizaines de volts pour les diélectriques usuels, $\delta < 1$ et augmente avec la tension d'accélération. Puis deux phénomènes se produisent simultanément : d'une part le nombre d'électrons libérés par un électron incident croît avec l'énergie fournie, d'autre part cet électron pénètre de plus en plus profondément dans la cible avant de s'arrêter et les électrons secondaires, de faible vitesse, alors formés ne peuvent plus atteindre la face libre et s'échapper dans le vide. Cette explication légitime l'allure de la courbe expérimentale $\delta = f(\Delta V)$ tracée suivant OABCDEF (*fig.* 4). Les points A et E pour lesquels $\delta = 1$ sont respectivement appelés premier et second cross-over de la courbe d'émission secondaire.

2.2.2. Coefficient d'émission secondaire apparent δ' (*fig.* 5). — Supposons qu'une couche mince diélectrique P déposée sur la plaque métallique Q soit entourée du cylindre collecteur T. Si à un instant donné nous recueillons dans le collecteur T un courant i_2 alors que l'isolant P est bombardé par un courant i_0, nous appellerons $\delta' = \frac{i_2}{i_0}$: coefficient d'émission secondaire apparent. δ' peut être très différent de δ, soit que certains électrons secondaires retombent sur la cible, soit que le faisceau primaire ne l'atteigne pas.

2.2.3. Dépot d'une charge électrique sur une cible isolante. — Nous distinguerons, suivant la figure 4, quatre cas différents :

2.2.3. I. La différence de potentiel entre la cathode et la face frontale du diélectrique reste inférieure à V_A, premier cross-over de la courbe d'émission secondaire vraie. Quel que soit le potentiel du collecteur, légèrement positif ou négatif, pourvu qu'il n'empêche pas les électrons primaires d'atteindre la cible, les charges négatives déposées seront à chaque instant supérieures aux charges positives dues au départ des électrons secondaires puisque $\delta > 1$. Le potentiel de l'isolant va donc tendre vers les valeurs négatives suivant GH jusqu'à ce que les électrons incidents soient repoussés lorsque le potentiel de la cathode sera atteint. Le point figuratif de l'émission secondaire apparente se déplacera donc suivant GHI.

Si le potentiel initial de la face avant de l'isolant est inférieur à celui de la cathode, les électrons primaires n'atteignent jamais la cible, ils sont réfléchis et par extension de la signification de δ', nous écrirons $\delta' = 1$ en prolongeant GHI suivant IJ parallèle à Ox.

La mode de dépôt de charges 2.2.3 que nous venons de définir correspond aux balayages dits « à *électrons lents* » des tubes de prise de vue de télévision : orthicon, image orthicon, vidicon, etc.

2.2.3.II$_A$. Le potentiel d'accélération est tel que $\delta > 1$; collecteur *positif* par rapport à la cible au début du bombardement.

La face avant de l'isolant devient de plus en plus positive dans une première phase, tous les électrons

secondaires étant collectés par l'électrode positive placée au voisinage de la cible. Lorsque le potentiel de la face libre du diélectrique atteint celui du collecteur, une fraction des électrons secondaires retombe sur la cible et un équilibre statistique s'établit tel que $\delta' = 1$. Le point figuratif de δ' s'est donc déplacé suivant BC'.

En résumé, les processus II_A et II_B dits « à *électrons rapides* » se distinguent du cas précédent 2.2.3.I de deux manières :

— il est possible de déposer à volonté des charges positives ou négatives;

— le potentiel du collecteur joue un rôle fondamental lors de l'établissement de l'état d'équilibre.

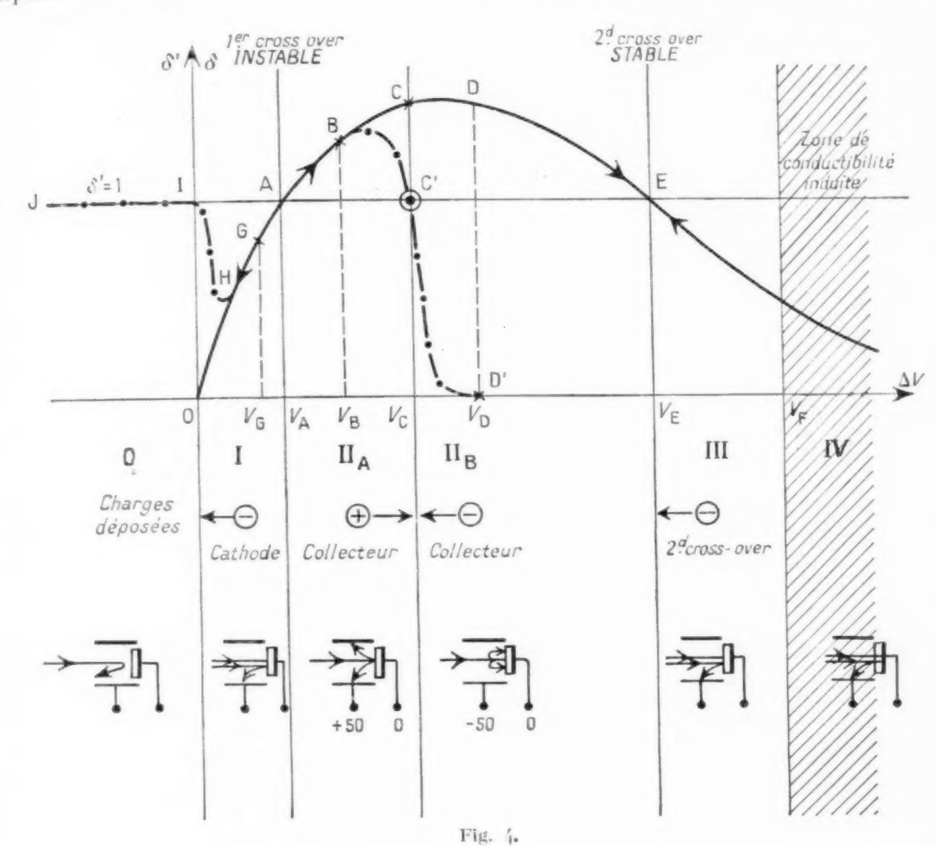


Fig. 4.

2.2.3.II_B. Le potentiel d'accélération est tel que $\delta > 1$; collecteur *négatif* par rapport à la cible au début du bombardement.

Les premiers électrons primaires créent des électrons secondaires qui retombent tous sur l'isolant dont la charge négative va par suite croître tandis que le courant collecté reste nul, c'est-à-dire $\delta' = 0$ (point D' de la figure 4).

Lorsque le potentiel du diélectrique égale celui du collecteur, les électrons secondaires ne retombent plus que partiellement sur ce dernier et le même équilibre final que précédemment (II_A) s'établit : $\delta' = 1$ et la courbe D'C' a été décrite par le point figuratif de l'émission secondaire apparente.

2.2.3.III. *Électrons très rapides*. — Le potentiel d'accélération est supérieur à V_F, second cross-over de la courbe d'émission secondaire vraie, d'où $\delta < 1$.

Au début du bombardement, tout se passe comme en I, mais δ augmente progressivement au fur et à mesure que la face avant du diélectrique se charge négativement. Une fois la valeur V_E atteinte, le potentiel se stabilise $\delta = \delta' = 1$. Le point E correspond à un équilibre stable, alors qu'il n'en était pas de même dans le cas 1 pour le point A, premier cross-over de la courbe d'émission secondaire.

2.2.3.IV. *Conductibilité induite*. — Nous venons d'examiner les conséquences de la forme de la

courbe $\delta = f(\Delta V)$ sans souci du mécanisme de formation des électrons secondaires à l'intérieur de la couche diélectrique, en particulier nous avons implicitement supposé que la cible se comportait comme un bon isolant. Cette hypothèse n'est plus valable si les électrons primaires possèdent une énergie suffisante pour traverser complètement le diélectrique.

Le potentiel de la face avant de la cible dépend alors, non seulement des charges déposées par le faisceau primaire en tenant compte de l'émission secondaire, mais encore des charges provenant

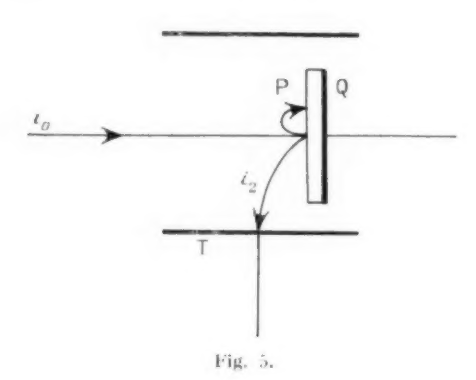


Fig. 5.

de la face arrière pendant la durée de la conductibilité « induite » dans le matériau constituant la couche diélectrique. Ces charges sont le plus souvent les plus importantes, il devient alors possible de charger la cible positivement ou négativement suivant le signe de la polarisation de la face arrière de la cible.

Naturellement la région IV de la figure 4 ne se situe pas forcément dans la zone $V > V_1$, tout dépend de la nature et de l'épaisseur du matériau.

2.2.4. L'exposé en 2.2.3 des différents modes de dépôt de charges sur un isolant par un faisceau électronique a été volontairement simplifié; nous avons notamment supposé :

— que les vitesses initiales des électrons émis par la cathode étaient négligeables, ce qui n'est pas le cas en I;

— que les vitesses initiales des électrons secondaires restaient suffisamment faibles pour que le potentiel d'équilibre soit celui du collecteur en II_A et II_B;

— que le passage III-IV s'effectuait brusquement pour un potentiel V_F déterminé, alors que la conductibilité induite apparaît progressivement lorsque la tension d'accélération augmente, tout au moins pour un isolant.

Mais, si l'étude détaillée des phénomènes devient rapidement complexe, elle ne modifie en rien la classification établie ci-dessus.

Pour donner une idée des phénomènes réels, indiquons que pour les isolants couramment utilisés : mica, silice, sulfure de zinc, etc. :

— le premier cross-over se situe entre 50 et 100 V;

— le second cross-over au-dessus de quelques milliers de volts;

— la conductibilité induite pour une couche isolante de 0,5 μ d'épaisseur est correctement utilisable avec des tensions d'accélération de l'ordre de 8 à 10 000 V;

— le coefficient d'émission secondaire maximum dépasse facilement 2.

3. PRINCIPAUX TUBES CATHODIQUES A MÉMOIRE ÉLECTROSTATIQUE.

A l'aide des éléments que nous venons de passer en revue, il serait aisé de concevoir quelques dizaines de combinaisons principales et de nombreuses variantes secondaires. Cependant, le nombre de types de tube existant réellement reste très faible. La raison en est simple : les difficultés techniques et par suite le coût des études, ont élevé des obstacles difficiles à franchir entre les désirs des chercheurs et les réalisations concrètes.

Ainsi, n'est-ce que sous la pression des besoins bien définis que quelques tubes à mémoire sont récemment passés au stade industriel. C'est la raison pour laquelle nous n'avons pas voulu dissocier dans l'étude qui va suivre chaque tube de ses applications.

3.1. **Barrier Grid Storage Tube**.

Ce tube a été imaginé par Jensen, Smith, Mesner et Flory et réalisé sous le nom de « Radechon » dans les Laboratoires R. C. A. en 1947 [2], [3].

3.1.1. Principe. — C'est un tube à un seul canon qui sert à la fois pour l'inscription et la lecture conformément au schéma de base de la figure 1.

Afin d'enregistrer des signaux des deux polarités, le mode d'inscription choisi correspond aux cas II_A et II_B, émission secondaire supérieure à l'unité.

Dans les deux cas, l'émission secondaire apparente tend vers l'unité lorsque la face avant de la cible se rapproche de son potentiel d'équilibre, défini

par le collecteur; un certain nombre d'électrons (proportionnel à $\delta-1$) retombe donc sur le diélectrique suivant une répartition spatiale qui dépend de la forme des électrodes ainsi que des charges déjà présentes à la surface de l'isolant. Ces électrons vont donc modifier le relief de charges que nous désirons créer sans que l'erreur ainsi introduite puisse pratiquement être soumise au calcul.

Ce dernier point est important car le collecteur de i''_2 peut être électrostatiquement découplé, alors que la grille qui reçoit le courant i'_2 présente obligatoirement par rapport à la plaque support du diélectrique une capacité élevée de l'ordre de 100 pF.

Les fonctions : fixation du potentiel de la cible, et collecte du courant donnant le signal de sortie peuvent ainsi être séparées.

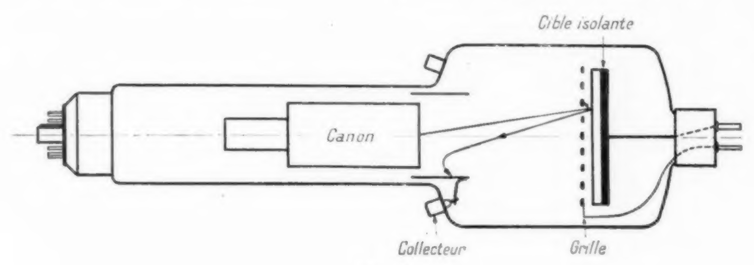


Fig. 6.

Ce défaut a été éliminé dans le « Barrier Grid Storage Tube » en disposant une grille à mailles très fines et à grande transparence à quelques centièmes de millimètre de la surface du diélectrique. Dans le cas II_B (point D' de la figure 4), les électrons secondaires sont contraints, par le champ retardateur de la grille, à retomber au voisinage immédiat du point d'impact (*fig.* 5); la grille évite ainsi une perturbation des charges déjà déposées, et améliore la définition.

Suivant le processus II_A, les électrons secondaires sont collectés, partiellement par la grille (i'_2), partiellement par une électrode collectrice (i''_2) supplé-



Fig. 7.

mentaire; $\delta = \frac{i_2}{i_0} = \frac{i'_2 + i''_2}{i_0}$. Le rapport $\alpha = \frac{i''_2}{i_2}$ dépend principalement de la transparence de la grille. L'utilité de la grille est ici double :

— d'une part fixation du potentiel d'équilibre comme en II_B;

— d'autre part séparation de la collecte d'une fraction constante de i_2.

3.1.2. Réalisation. — Les figures 6, 7 et 8 montrent d'abord schématiquement un tube TCM 12 C. S. F. puis ses éléments constitutifs : canon-collecteur-grille et cible, enfin un tube terminé.

La cible est formée d'une pellicule de l'ordre de 20 μ d'épaisseur d'alumine obtenue par oxydation anodique de la plaque support d'aluminium. La grille de cuivre, électroformée, possède une transparence supérieure à 60 % pour 20 mailles/mm. Dans les tubes similaires « Radechon » R. C. A. et Bell, la cible est en mica en contact avec une grille

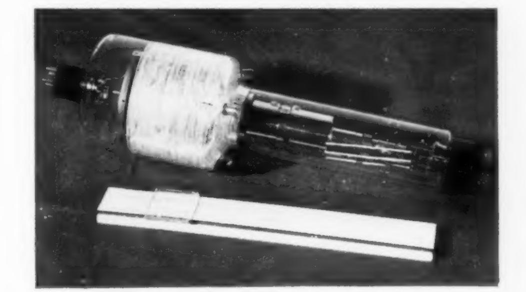


Fig. 8.

tissée. Les canons délivrent un courant de faisceau de l'ordre de 3 μA pour les tubes à définition élevée : plus de 100 points par diamètre, mais si l'on se contente de 40 à 50 points, on peut utiliser un canon autorisant 30 à 50 μA dans le faisceau primaire.

3.1.3. Utilisation. — Usuellement, l'inscription et la lecture ont lieu successivement. L'inscription

peut s'effectuer soit à courant de faisceau constant, la différence de potentiel à enregistrer étant appliquée entre la grille et la plaque support de la cible, soit à courant de faisceau modulé par le wehnelt, la polarisation grille-cible restant constante. Dans les deux cas, l'équilibre peut être atteint ou non pour chaque point de l'isolant suivant les valeurs du courant de faisceau, de la vitesse de balayage, du diamètre du spot, de l'épaisseur du diélectrique et du coefficient d'émission secondaire.

Pendant la lecture, le signal de sortie est obtenue aux bornes de la résistance de charge de la cible elle-même, ou du collecteur auxiliaire.

Comme on peut écrire à chaque instant (²) :

$$\alpha i_0 = i_1 + i_2 = \text{const.}$$

le signal $i''_2 = \alpha i_2 = \alpha(\alpha i_0 - i_1)$ recueilli sur le collecteur et le signal i_1 dans la plaque support de cible sont de polarité contraire :

$$\Delta i''_2 = -\alpha \Delta i_1.$$

Cette remarque va nous servir lors de l'emploi du tube comme soustracteur.

3.1.3.1. *Tube Magasin.* — Nous disons que le Barrier Grid Storage Tube est utilisé comme magasin lorsque nous lui demandons de restituer les éléments d'une fonction, dans un ordre quelconque dans le temps, mais sans altération sur le plan proportionnalité.

Comme premier exemple, citons les travaux des « Bell Telephone Lab. » [4]. En vue d'applications à la commutation téléphonique, on désire enregistrer jusqu'à 128 × 128 informations discrètes en un temps extrêmement court, de l'ordre de la microseconde pour chaque information, et récupérer ensuite les rensignements « tout ou rien » emmagasinés dans un ordre complètement arbitraire.

Pour cela, chaque signal débloque le wehnelt du canon d'inscription pendant que les tensions appliquées aux plaques de déviation X et Y définissent la position de la charge déposée sur le diélectrique de la cible. Lors de la lecture on explorera rapidement la cible afin de savoir si un signal a été inscrit ou non pour les coordonnées d'identification x et y.

Un tel emploi du tube peut être envisagé pour des mémoires à très court temps d'accès de machines à calculer numériques. Mais le plus souvent, on désire garder en réserve une fonction d'amplitude variable en fonction du temps, par exemple pour effectuer une transposition de fréquence : un phénomène transitoire est enregistré pendant quelques millisecondes sur la cible à mémoire, un balayage plus lent à la lecture nous permet d'étudier plus commodément le phénomène sur une fonction à échelle des temps dilatés.

Une autre application consiste à utiliser le tube à mémoire pour décaler une fonction dans le temps sans la modifier, pour permettre des opérations de corrélation par exemple. Pour un fonctionnement permanent deux tubes sont alors nécessaires : l'un d'eux inscrit tandis que l'autre lit, pendant un balayage, les rôles sont inversés au balayage identique suivant à l'aide d'une commutation automatique.

Une réalisation moins classique vient d'être mise au point par M. Le Parquier pour un système de détection de coïncidences inclus dans le radar à élimination de parasites C. S. F. : le tube fonctionne à courant de faisceau constant (modulation appliquée entre grille et cible). Si le même signal est appliqué, lors de deux balayages successifs identiques, lorsque le faisceau frappe un point donné de la cible, nous recueillerons sur le collecteur :

— lors du premier balayage un signal opposé au signal d'inscription;

— lors du deuxième balayage un signal nul, car le diélectrique a été porté au potentiel de la grille au moment de la première inscription, le faisceau trouve donc lors du 2ᵉ balayage un point dont le potentiel ne diffère pas de celui des points voisins.

Un raisonnement plus complet s'appuyant sur la relation $\Delta i''_2 = -\Delta i_1$ montre que si nous inscrivons lors de balayages successifs identiques des fonctions $f_1(t)$, $f_2(t)$, ..., nous recueillons sur le collecteur successivement des fonctions proportionnelles à $-f_1(t)$, $f_1(t) - f_2(t)$, ...

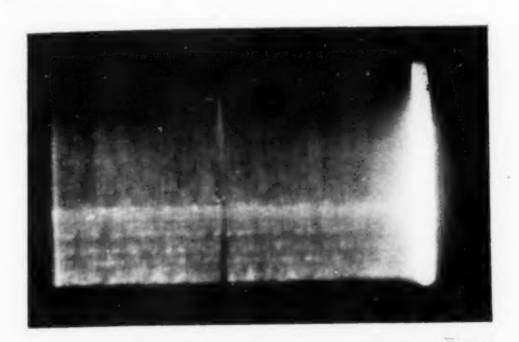
Des circuits comprenant des amplificateurs convenablement prévus nous permettent d'ajouter pendant chaque balayage le signal d'inscription sur la cible et le signal de lecture sur le collecteur. Le résultat se déduit du tableau ci-dessous :

Temps.	Lecture.		Inscription.		Somme.
0-T..........	$0-f_1(t)$	+	$f_1(t)$	=	0
T-2T.........	$f_1(t)-f_2(t)$	+	$f_2(t)$	=	$f_1(t)$
2T-3T.......	$f_2(t)-f_3(t)$	+	$f_3(t)$	=	$f_2(t)$

(²) α est le coefficient de transparence de la grille pour les électrons.

Nous pouvons donc récupérer $f_2(t)$ lors du troisième balayage pendant même que $f_3(t)$ est en train de s'incrire. *Un seul tube* suffit ainsi pour introduire en permanence un retard T, c'est-à-dire transformer une fonction $f(t)$ en $f(t + T)$.

3.1.3.2. *Tube intégrateur.* — Nous avons jusqu'ici supposé que le courant de faisceau était suffisamment intense et la vitesse de balayage suffisamment faible pour que chaque point du diélectrique soit constamment chargé au potentiel d'équilibre correspondant au signal inscrit. Mais nous pouvons aussi nous placer dans des conditions telles que chaque condensateur élémentaire soit utilisé au début de sa courbe de charge. Nous pourrons alors obtenir une addition de différentes inscriptions successives. La première application de ce type a été décrite par Harrington et Rogers [5] en octobre 1950. Un signal ayant la périodicité du balayage et noyé dans le bruit de fond était inscrit une dizaine de fois. Une lecture unique permettait de prélever la somme des signaux inscrits. Comme le signal utile revenait à chaque balayage exactement au même point de la cible, alors que les pointes de « souffle » étaient par nature réparties au hasard, un gain notable sur le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{souffle}}$ était observé lors de la lecture. La théorie montre en effet que le signal de sortie utile doit être n fois plus grand que pour une seule inscription alors que la racine du carré moyen du souffle croît seulement comme $\sqrt{n}$, n représentant le nombre d'inscriptions.



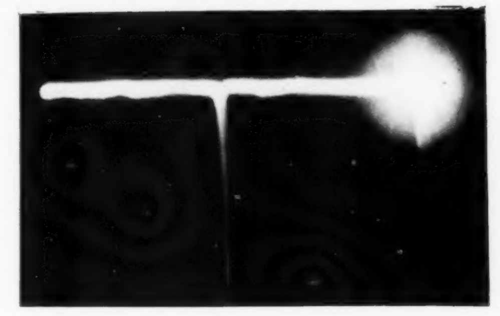


Fig. 9.

La figure 9 montre une telle expérience réalisée au moyen d'un tube TCM 12 C. S. F. : le signal d'entrée positif d'une durée de 2 μs est noyé dans « l'herbe » et inscrit 16 fois; le signal de sortie, sur le collecteur, est négatif et bien dégagé du fond parasite, comme prévu.

3.1.3.3. *Tube soustracteur.* — Nous avons montré en 3.1.3.1. dans quelles conditions d'emploi la soustraction de deux fonctions $f_1(t)$ et $f_2(t)$ était effectuée par le tube lui-même.

On sait que, dans un radar à élimination d'échos fixes, on dispose de signaux vidéo de même amplitude pour un écho fixe, alors qu'un but mobile donne, d'une exploration élémentaire à la suivante un signal d'amplitude variable. Le problème est donc d'effectuer une soustraction entre des trains de signaux se répétant à la fréquence de récurrence (50 à 2 000 fois/s). Cette opération s'effectue usuellement au moyen d'une ligne à retard; le temps de retard impose alors la cadence de répétition et le réglage de cette synchronisation reste très aigu. Le tube cathodique à mémoire électrostatique nous affranchit de cette servitude.

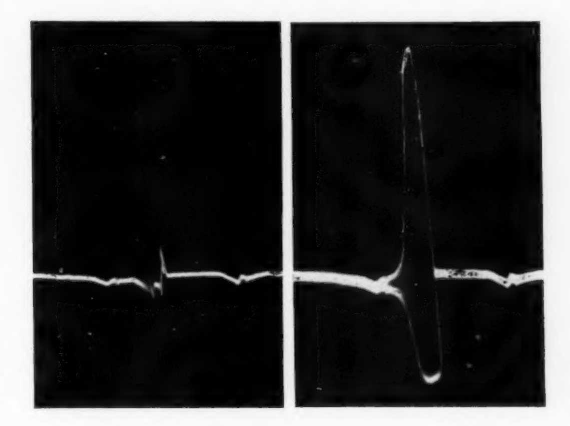


Fig. 10.

La figure 10 montre d'une part le résidu obtenu après soustraction de deux signaux identiques (écho fixe) qui met en évidence les imperfections du tube, d'autre part deux signaux successifs pour un écho mobile afin de donner l'ordre de grandeur du rapport $\frac{\text{signal utile}}{\text{imperfections}}$ (tube TCM 12 C. S. F.).

3.1.4. Conclusions relatives au « Barrier Grid Storage Tube ». — Nous venons de donner un aperçu sommaire des types d'applications possibles; il nous apparaît qu'un tel tube, malgré son unique canon permet déjà de résoudre de nombreux problèmes de mémoire. Cependant le compromis demandé entre résolution, vitesse d'inscription, durée maximum de stockage des informations, etc. n'est pas la même suivant le but poursuivi.

Ce qui explique que les trois tubes réalisés jusqu'ici : Radechon R. C. A., tube Bell et TCM 12 C.S.F. aient des caractéristiques nettement différentes. Il paraît difficile de mettre au point un tube universel répondant à tous les besoins, aussi les perfectionnements en cours aboutiront-ils sans doute à la stabilisation de deux ou trois modèles dans les années à venir.

3.2. Tube Hergenröther à grille de commande (Raytheon QK 464).

3.2.1. Principe. — Imaginons que nous ayons percé d'un grand nombre de trous équidistants la cible d'un « Barrier Grid Storage Tube » et disposé une électrode conductrice supplémentaire derrière le support de cible ainsi trouée. Nous obtenons ainsi le tube schématisé sur la figure 11 proposé en 1950 par Hergenröther [6]. Rien n'est changé par rapport au tube précédent pour la phase « inscription » qui a lieu usuellement suivant II_A. Par contre, une nouvelle possibilité nous est offerte pour la lecture : en amenant la cible à un potentiel voisin de celui de la cathode, les électrons arrivent au niveau des trous de la cible avec une vitesse presque nulle; si l'isolant a été chargé négativement lors de l'inscription ils sont repoussés; dans le cas d'une charge légèrement positive ils traversent la cible pour frapper la nouvelle électrode de collecte maintenue positive pendant la lecture. Chaque ouverture dans la cible joue donc le rôle d'un wehnelt auxiliaire ou d'une grille de lampe triode. Nous avons réalisé le schéma général de la figure 3. Naturellement une infinité de balayages de lecture est théoriquement possible si aucun électron primaire ne frappe l'isolant pendant cette phase.

3.2.2. Réalisation. — La plaque support de cible, massive dans le « Barrier Grid Storage Tube » est ici remplacée par une grille fine électroformée à 20 mailles/mm sur laquelle est évaporée une couche de quelques microns d'épaisseur de fluorure de calcium. Le diamètre utile reste de l'ordre de 50 mm.

Comme la charge à déposer sur l'isolant pour empêcher juste de passer les électrons du faisceau lecteur dépend de l'incidence de leur trajectoire, une bonne uniformité ne sera obtenue entre le centre et les bords de la cible que si tous les électrons de lecture arrivent normalement sur la grille de commande. La construction du tube est de ce fait légèrement compliquée par la présence, au voisinage de la cible, d'une lentille de collimation dont le foyer coïncide avec le centre de déflexion du faisceau.

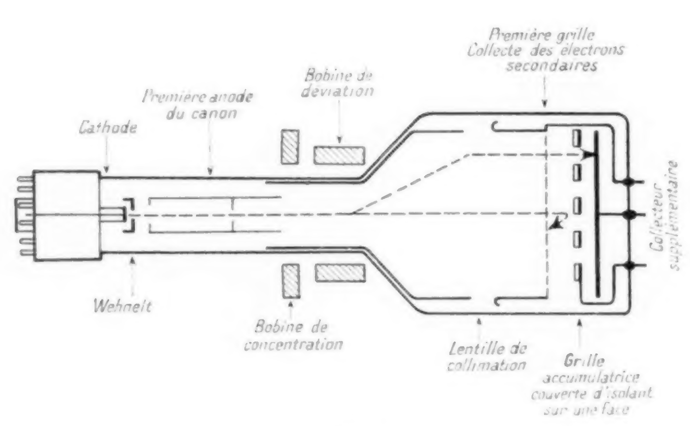


Fig. 11.

3.2.3. Utilisation. — L'exemple le plus typique est l'enregistrement d'une image unique de télévision suivi d'un grand nombre de lectures identiques, le signal de sortie commandant la modulation d'un récepteur de télévision usuel. L'image apparaît alors pendant le temps désiré comme si le tube récepteur était doué d'une rémanence idéale. En pratique, plusieurs milliers de balayages de lecture sont possibles, soit pour 50 trames/s, une durée d'observation confortable de plusieurs minutes.

Nous avons déjà signalé que le mode d'inscription ne différait pas de celui du Barrier Grid Storage Tube, l'addition de *n* inscriptions est donc autorisée, par exemple pour une réduction du rapport $\frac{\text{souffle}}{\text{signal utile}}$ dans une image radar ou une image fixe de télévision.

Des applications variées sont faciles à imaginer, chaque fois qu'une rémanence longue est nécessaire, mais l'appareillage complet présentera toujours une certaine complication, aussi le tube récepteur à entretien d'image concurrence-t-il en de nombreux cas le tube intermédiaire QK 464 associé à un résepteur classique.

3.3. **Tubes à conductibilité induite.**

3.3.1. Principe. — Imaginé et réalisé par L. Pensak en 1949 sous le nom de « Graphecon », ce tube à mémoire comprend essentiellement une couche diélectrique suffisamment mince (0,5 μ) pour être traversée (sans destruction) par les électrons rapides (10 000 V) du canon d'inscription. Pendant cette traversée, un grand nombre d'électrons secondaires internes sont créés et l'isolant devient momentanément conducteur, permettant par suite la décharge rapide de l'élément de condensateur bombardé (mode IV).

Par contre, les électrons du canon de lecture moins accélérés (1000 à 1500 V) ne traversent pas l'isolant et rétablissent à sa surface le potentiel d'un collecteur suivant les processus II_A ou II_B.

Le schéma général de fonctionnement est donc à rapprocher de celui de la figure 2 dans lequel le commutateur de lecture rechargerait à un potentiel constant les condensateurs tandis que le commutateur d'inscription les court-circuiterait à travers une résistance variable en fonction du signal d'inscription.

3.3.2. Réalisation. — Sous sa forme moderne, à canons coaxiaux, le tube doit posséder une cible transparente aux électrons rapides, c'est-à-dire que la couche isolante d'épaisseur inférieure à 1 μ doit être rendue conductrice sur une de ses faces par une couche métallique de très faible épaisseur, 1/10e de micron par exemple, afin d'éviter un ralentissement nuisible des électrons d'inscription. Un tel ensemble demeure beaucoup trop fragile pour que la réalisation d'une cible de quelques centimètres de diamètre soit possible. La difficulté est tournée en déposant les couches minces de métal et d'isolant sur une grille très transparente (65 à 70 %) à mailles

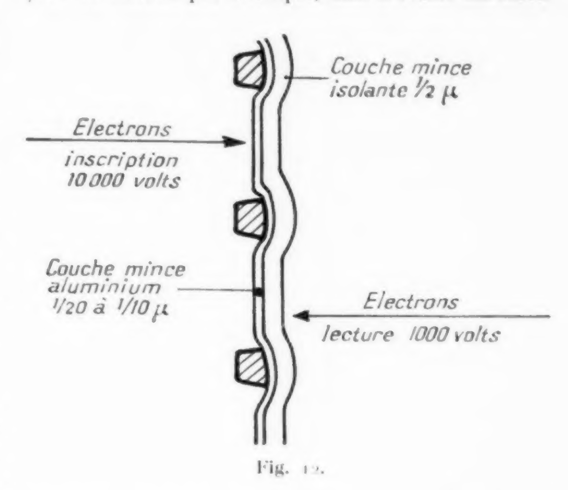


Fig. 12.

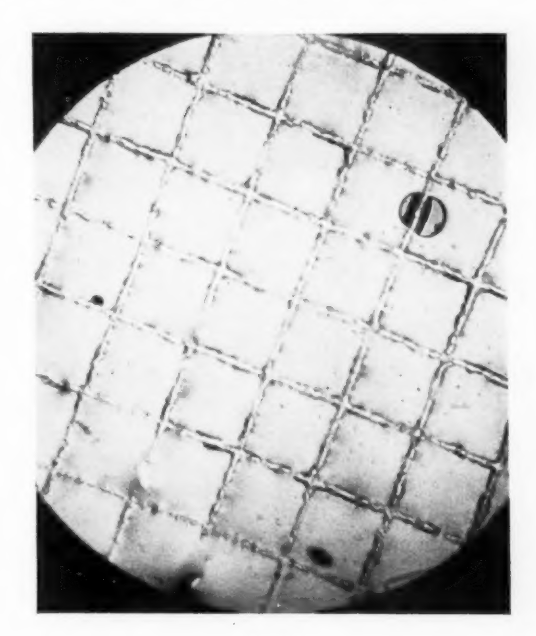


Fig. 13.

très fines (20 mailles/mm) et d'épaisseur suffisante (10 μ) pour conférer à l'ensemble une bonne solidité (*fig.* 12 et 13).

On trouvera ci-dessous la constitution des deux modèles de tube à conductibilité induite réalisés :

Inscription.

Graphecon R. C. A......	Concentration magnétique et déviation magnétique
TMA 403 C. S. F........	Concentration statique et déviation magnétique

Lecture.

Graphecon R. C. A......	Concentration et déviation magnétiques
TMA 403 C. S. F........	Concentration et déviation statiques

Cible.

Graphecon R. C. A......	Isolant (F_2Mg)
TMA 403 C. S. F........	Semi-conducteur SZn activé (*NB.* Photo *fig.* 14)

3.3.3. Applications. — Ce tube a été principalement développé pour assurer une transformation de normes radar P. P. I.-Télévision sans passer par l'intermédiaire d'un système optique, c'est-à-dire d'une prise de vue de l'image d'un tube indicateur à poudre fluorescente.



Fig. 14.

A cet effet, l'image radar est inscrite en coordonnées polaires avec modulation du wehnelt du canon d'inscription, tandis que le canon de lecture balaye à courant de faisceau constant la cible côté isolant suivant un balayage TV. Le potentiel de charge de la surface libre de l'isolant peut atteindre 30 à 50 V. Comme la capacité de la cible est très grande à cause de la faible épaisseur (0,5 μ) du diélectrique et que le courant de faisceau de lecture reste faible (1 μA par exemple), un grand nombre de balayages de lecture est nécessaire pour qu'un élément de mémoire déchargé par le faisceau d'inscription retrouve son état d'équilibre; le temps correspondant peut ainsi atteindre, pour 50 images TV par seconde, plusieurs dizaines de secondes d'où l'impression de rémanence exceptionnelle donnée par l'écran du récepteur usuel TV sur lequel l'image est observée.

La figure 15 est une photographie d'un récepteur de télévision (standard européen 625 lignes) sur lequel apparaît l'image fournie par un radar installé sur le toit de la Société Française Radioélectrique à Levallois.



Fig. 15.

La définition du tube à mémoire est suffisante (450 points à 50 % modulation) pour que la limitation provienne de la retransmission télévision. De plus, grâce à la rémanence de la cible du tube TMA 403 on peut repérer aisément les trajectoires d'avions survolant la région parisienne; on distingue sans difficulté des « plots » successifs correspondant à une dizaine de tours d'antenne.

D'autres applications des tubes à mémoire à conductibilité induite ont été proposées, notamment l'oscillographie des régimes transitoires, mais les expérimentations dans ce domaine n'ont pas été suivies jusqu'ici de développement industriel.

Signalons pour terminer ce paragraphe qu'un tube à canons coaxiaux ne faisant pas appel à la conductibilité induite a été proposé par R.C.A. sous le nom de Metrechon [8]. Il s'agit d'une cible diélectrique double face, avec inscription en émission secondaire supérieure à un type II_A-II_B et lecture en électrons lents suivant I. Ce tube semble être resté au stade laboratoire.

3.4. Tubes récepteurs à entretien d'image.

3.4.1. Principe. — Après de nombreuses variantes étudiées en laboratoire, notamment par van Haeff [9],

Résumé des emplois des différents tubes « signaux-signaux ».

			Inscription.	Lecture.	
1 canon	Barrier Grid Storage Tube	Bell	1	1	Tube magasin : Tout ou rien (Bell Telephone) ; Éliminateur de parasites (C. S. F.)
		R. C. A.	n	1	Tube intégrateur : Amélioration $\frac{\text{signal}}{\text{souffle}}$
		C. S. F.	1	1	Tube soustracteur : Radar à élimination d'échos fixes (C. S. F.)
	Tube Hergenröther (Raytheon)		1	x	Tube intégrateur + Rémanence
			a		
			n	–	
2 canons coaxiaux	Graphecon (R. C. A.)		1	N	Transformation de normes + Rémanence (P. P. I.-TV)
			a		
	TMA 403 (C. S. F.)		n	–	
	Metrechon (R. C. A.)		1	x	
			a		
			n	–	

les différents modèles ont évolué vers le type de tube appelé par Knoll « Direct Viewing Storage Tube » [10] dérivé du principe déjà exposé à l'occasion du tube Hergenröther (3.2.1).

Imaginons qu'on remplace simplement dans ce tube le collecteur auxiliaire par un écran fluorescent aluminié, nous pourrons lors de la lecture examiner l'image pendant un temps arbitraire. Nous disposerons donc d'un tube récepteur à rémanence théoriquement infinie. Cependant, la luminosité sera celle d'un tube cathodique ordinaire, le spot frappant chaque point de l'écran pendant un temps très court à chaque balayage. Pour augmenter la brillance, disposons à la place du canon usuel, un canon spécial dit d'entretien qui envoie, après collimation, un faisceau parallèle simultanément sur tous les points de l'écran.

Comme un tel canon « d'arrosage » ne peut servir de canon d'inscription, nous plaçons un deuxième canon, type oscilloscope, à côté du précédent. Nous obtenons ainsi le schéma de la figure 16.

Le canon d'inscription inscrit des charges positives sur l'isolant qui recouvre la grille (II_A) suivant l'image à faire apparaître. Les pinceaux du faisceau d'entretien correspondant aux points inscrits traversent la grille et vont illuminer immédiatement et en permanence l'écran fluorescent.

Pour effacer, c'est-à-dire ramener l'isolant au potentiel uniforme initial, il suffit de porter grille accumulatrice et grille collectrice auxiliaire à des potentiels tels que tous les électrons du faisceau d'entretien tombent sur l'isolant et lui donnent, par émission secondaire le potentiel, convenablement ajusté pour cette phase, de la première grille collectrice.

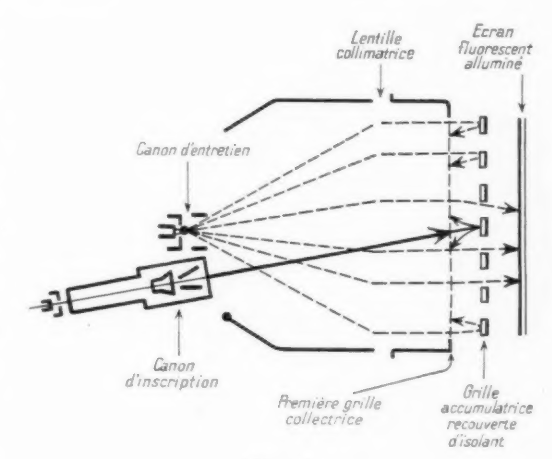


Fig. 16.

3.4.2. Réalisations. — Sous des noms différents, quatre laboratoires ont, à notre connaissance développé ce type de tube.

R. C. A. : Direct Viewing Storage Tube de Knoll, un modèle de 12 cm de diamètre est en cours de développement.

C. S. F. : Tube à entretien d'image de 25 cm de diamètre ([3]).

Farnsworth : Iatron, écran inférieur à 5 cm, tube destiné à la projection. Une autre particularité de ce tube est un canon d'inscription à déviation magnétique (très incliné sur l'axe du tube).

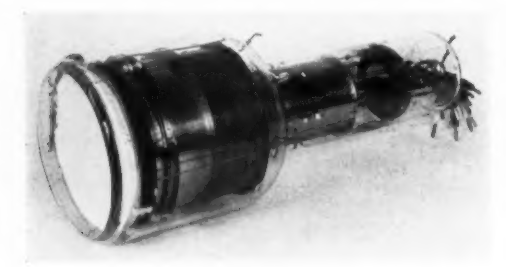


Fig. 17.

Tous ces tubes permettent d'obtenir des demi-teintes et bénéficient à l'inscription de l'effet d'intégration si on le désire. Il n'en est pas de même du tube Hughes dénommé Memotron destiné à l'inscription « tout ou rien » par exemple pour l'usage oscillographique, mais le principe de base reste le même ainsi que la constitution du tube.

3.4.3. Utilisation. — Les tubes à entretien d'image seront certainement utilisés, dans un proche avenir, chaque fois qu'une grande luminosité et qu'une grande rémanence seront demandées à un récepteur (5 mn par exemple). De nombreuses applications radar se font jour dès maintenant et les tubes sont continuellement perfectionnés à cette occasion.

Un champ d'application important sera l'oscillographie des transitoires rapides, mais pour le moment la vitesse d'inscription ne peut guère descendre au-dessous de quelques microsecondes par point, ce qui reste nettement inférieur aux performances d'un tube oscillographique conventionnel à post-accélération.

Nous avons indiqué en 3.4.1 que les tubes à entretien d'image possédaient une rémanence réglable. Suivant les applications, on peut provoquer un effacement progressif ou brutal, mais qui agit uniformément sur tous les points de l'écran. En vue d'augmenter encore la souplesse d'emploi, les laboratoires R. C. A. ont réalisé un tube comportant un troisième canon, destiné à effacer sélectivement la région désirée de l'écran. Le schéma d'un tel tube est reproduit sur la figure 18 [11].

4. — CONCLUSIONS.

Nous venons d'effectuer un tour d'horizon que le spécialiste trouvera certes trop sommaire sur le plan technique et technologique, mais notre but a été principalement de souligner auprès des utilisateurs possibles :

— d'une part que divers modèles de tubes à mémoire étaient déjà sortis de la phase laboratoire pour être industrialisés sur une petite échelle;

— d'autre part qu'un grand nombre de problèmes pouvaient déjà être résolus avec les tubes existants, dont nous avons donné les caractéristiques essentielles.

Aussi, peut-on considérer que les applications

([3]) La figure 17 représente un tube de laboratoire.

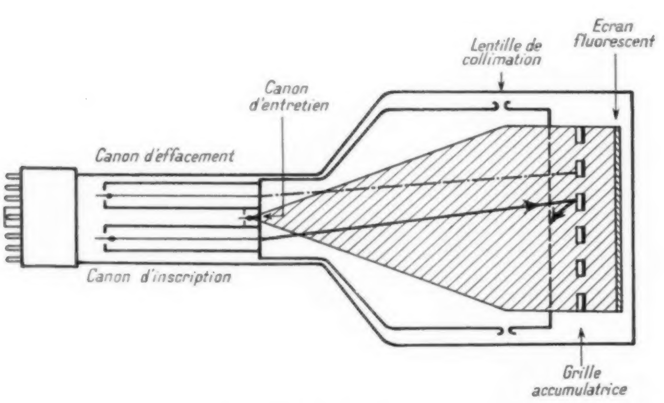


Fig. 18.

citées ne sont qu'un début, qui préfigure un développement certain dans les années à venir.

Au cours d'exposés plus spécialisés, nous indiquerons prochainement les progrès récemment réalisés en France, notamment dans le domaine de la retransmission d'images radar par télévision.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] M. Knoll et B. Kazan, *Storage Tubes and their Basic Principes*, John Wiley and Sons, Éditeur, 1952.

On trouvera une biliographie complète à la fin de cet Ouvrage, à jour jusqu'en 1951.

[2] A. S. Jensen, J. P. Smith, M. H. Mesner et L. E. Flory, *Barrier Grid Storage Tube and its Operations* (*R. C. A. Review*, mars 1948).

[3] A. S. Jensen, *The Radechon, A Barrier Grid Storage Tube* (*R. C. A. Review*, juin 1955).

[4] Hines, Chruney et Mc Carthy, *Digital Memory in Barrier-Grid Storage Tube* (*Bell Syst. Tech. J.*, novembre 1955).

[5] J. V. Harrington et T. F. Rogers, *Signal-to-Noise Improvement Through Integration in a Storage Tube* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, octobre 1950).

[6] R. C. Hergenröther et A. S. Luftman, *Single-Gun Storage Tube Writes, Reads and Erases* (*Electronics*, mars 1953).

[7] L. Pensak, *The Graphecon* (*R. C. A. Review*, mars 1949).

[8] L. Pensak, *The Metrechon* (*R. C. A. Review*, juin 1954).

[9] A. van Haeff, *A Memory Tube* (*Electronics*, septembre 1947).

[10] M. Knoll, P. Rudnick et H. Hook, *Viewing Storage Tube with Halftone Display* (*R. C. A. Review*, décembre 1953).

[11] M. Knoll et R. P. Stone, *Characteristics of a Transmission Control Viewing Storage Tube with Halftone Display* (*Proc. Inst. Rad. Eng.*, octobre 1954).

ANTENNES POUR RADARS DE CONDUITE DE TIR ([1])

PAR L. THOUREL.

Département « Radar » du Centre de Recherches Techniques
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Après avoir rappelé le principe de fonctionnement de ces antennes, l'auteur passe en revue les considérations qui déterminent les caractéristiques de rayonnement. Le choix du type d'antenne est ensuite examiné, en fonction de ces caractéristiques et des exigences mécaniques : il apparait que, dans de nombreux cas, l'emploi d'un réflecteur est préférable à celui d'une lentille.*
Afin de pouvoir calculer les diagrammes de rayonnements (ouvertures, points de recoupement, lobes secondaires, etc.) une théorie générale du fonctionnement du paraboloïde défocalisé est établie : les méthodes de calcul ainsi mises au point, bien qu'un peu longues, conduisent à des résultats en bon accord avec l'expérience et peuvent être utilisées dans un projet d'antenne.
(C. D. U. : 621.396.677.833.2.)

SUMMARY. — *After restating the principle of operation of these aerials, the author goes on to consider the conditions which determine their radiation characteristics. He then examines the choice of type of aerial in relation to these characteristics and to mechanical considerations : it is found that, in many cases, it is preferable to use a reflector instead of a lens.*
In order to calculate the radiation diagram (apertures, intersection points, secondary, lobes, etc.) a general theory of the operation of a defocused paraboloid is established : the methods of calculation so obtained, although rather laborious, lead to results which are in good agreement with experiment and which can be applied to the design of an aerial.
(U. D. C. : 621.396.677.833.2.)

1. INTRODUCTION.

Dans les radars de conduite de tir, la direction doit être connue avec une grande précision et, pour obtenir ce résultat, il existe plusieurs méthodes. Celles-ci mettent en œuvre des types d'aériens évidemment différents, mais tous basés, quant à leur fonctionnement, sur l'inclinaison du faisceau par rapport à la normale au plan de l'ouverture équivalente à l'antenne. Pratiquement, l'aérien utilise toujours un paraboloïde ou une lentille de révolution, la direction de la normale est celle de l'axe de révolution, et la direction de rayonnement maximum du faisceau est inclinée sur cet axe. On sait que si un paraboloïde est éclairé par une source dont le centre de phase coïncide avec le foyer, le maximum du lobe principal de rayonnement du paraboloïde est orienté dans la direction de l'axe de celui-ci; un déplacement transversal de la source, dans le plan normal à l'axe et passant par le foyer, entraîne une inclinaison correspondante de la direction de rayonnement maximum.

Une situation tout à fait analogue existe dans le cas d'une lentille, mais nous ne parlerons ici que des antennes équipées de réflecteurs.

La direction de la cible est déterminée en comparant les intensités des échos reçus pour diverses positions du faisceau. Celui-ci peut être animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe de sorte que la direction de rayonnement maximum décrive un cône (antenne à balayage conique du faisceau). Un tel système est schématisé à la figure 1 : la direction de rayonnement maximum Ox tourne autour de l'axe de révolution Om et l'on voit que, sur celui-ci,

([1]) Manuscrit reçu le 3 février 1956.

les intensités des échos, représentées par OM, sont égales; elles sont différentes partout ailleurs, dans une direction Op par exemple, où elles sont représentées par OP_1 quand le faisceau est dans la posi-

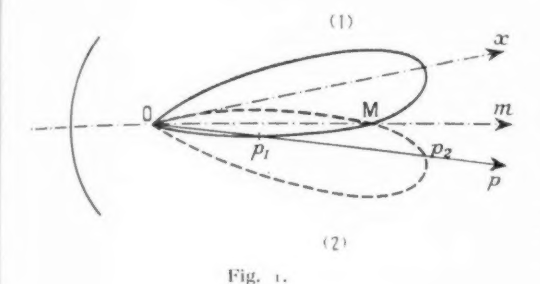


Fig. 1.

tion (1), et par OP_2 quand le faisceau est dans la direction (2). Après la détection, les amplitudes des échos provenant de la direction Om seront toutes égales alors que les amplitudes des échos provenant de directions différentes telles que Op présenteront une modulation sinusoïdale à la fréquence de rotation du faisceau, tandis que la phase de la modulation dépendra de la direction de Op autour de Om. La profondeur de modulation et la phase sont ensuite utilisées pour déterminer la direction de Op dans l'espace.

Il est également possible de faire basculer le faisceau dans deux ou quatre directions (antennes à commutation). Si la figure 1 représentait une élévation, le basculement du faisceau entre les positions (1) et (2) pourrait être utilisé par exemple pour déterminer le site d'une cible. Dans le cas où l'on veut avoir la direction dans l'espace, il faut utiliser quatre positions de faisceau : haut, bas, droite, gauche. Ce genre d'antenne n'a pas reçu de nombreuses applications jusqu'à maintenant à cause des difficultés technologiques rencontrées dans la réalisation des systèmes de commutation.

Enfin, dans une dernière méthode, l'antenne débite simultanément dans deux ou quatre sources au moment de la réception, chacune des sources correspondant à une position inclinée du faisceau. La détermination de la direction est assurée par la comparaison simultanée des intensités des échos dans les quatre voies. C'est la technique dite « monopulse » par les anglo-saxons.

Quelle que soit la méthode utilisée, le principe de base est donc toujours le même et nous nous proposons ici d'étudier les aériens présentant un faisceau de rayonnement incliné sur leur axe, en insistant particulièrement sur les antennes à balayage conique du faisceau qui sont les plus utilisées jusqu'à maintenant.

2. CHOIX DES CARACTÉRISTIQUES DE RAYONNEMENT.

2.1. Polarisation.

La polarisation du champ rayonné peut être verticale, horizontale ou circulaire. Il n'est cependant pas toujours très facile de réaliser n'importe laquelle de celles-ci, la structure de la source d'illumination du réflecteur ne se prêtant pas toujours aux desseins du réalisateur. Dans le cas des antennes à balayage conique, une difficulté supplémentaire existe à cause de la rotation de cette source : si celle-ci tourne autour de l'axe Om, la polarisation tourne avec elle. L'emploi d'une polarisation tournante, qui facilite les choses quant à la construction de l'antenne, entraîne une modulation des échos à une fréquence double de celle du balayage conique; or nous avons vu que l'axe était déterminé par l'absence de modulation. On conçoit que, dans ces conditions, la polarisation tournante soit à déconseiller dans une antenne de conduite de tir. On utilise donc de préférence une polarisation fixe qui est obtenue soit en employant des sources construites à partir de guides circulaires travaillant sur le mode TE 11, soit en animant celles-ci d'un mouvement de rotation autour du foyer sans qu'il y ait rotation du système sur lui-même; on peut aussi se servir des miroirs auxiliaires. Nous reviendrons sur cette question.

Puisque la polarisation garde toujours une direction fixe (ceci ne pose aucun problème pour les antennes à commutation ou les antennes utilisant une impulsion unique), il convient de choisir cette direction. La polarisation horizontale semble la plus indiquée, en raison du plus faible retour de mer et du plus faible niveau d'échos fixes qu'elle procure.

Signalons en passant que l'emploi d'une polarisation circulaire devrait être très intéressant dans la bande X pour l'élimination des nuages : il ne semble pas qu'il y ait eu encore beaucoup de réalisations dans ce sens, peut-être à cause des difficultés de construction des sources, car il faut pouvoir passer de polarisation rectiligne à polarisation circulaire et *vice versa*. Ceci est cependant tout à fait réalisable.

2.2. Modulation sur l'axe radioélectrique.

L'axe Om de la figure 1, sur lequel les variations de niveau sont en principe nulles quand les positions du faisceau varient, est appelé axe radioélectrique

de l'antenne. Avec une antenne à balayage conique, cet axe coïncide avec celui du paraboloïde ou de la lentille et il en est de même avec les deux autres types d'aériens si les quatre sources sont bien équilibrées, au sens radioélectrique du mot. Dans ces deux cas, l'axe radioélectrique peut varier avec la fréquence si les caractéristiques des sources varient (déséquilibre entre les voies dans la commutation, par exemple) tandis que ce défaut ne peut pas exister avec un aérien à balayage conique. Néanmoins, dans ce dernier système, on peut constater une très légère variation due aux déformations des diagrammes avec la fréquence ou la direction (influence d'un radome, par exemple).

En dehors de ces variations, il existe toujours une certaine modulation sur l'axe radioélectrique, modulation qui provient du fait que le diagramme de rayonnement n'est pas exactement de révolution : pour deux positions de la source en quadrature, les longueurs OM sont donc un peu différentes et il est facile de voir qu'il se produit ainsi une modulation du niveau de réception à une fréquence double de celle du balayage. Ce fait n'est pas très gênant car on s'arrange toujours pour éliminer cet harmonique 2 dans les systèmes détecteurs. Il peut se faire aussi que la source ne tourne pas exactement autour du foyer et dans ce cas, à cet harmonique 2, se superpose une composante fondamentale à la fréquence du balayage. Ceci est évidemment plus grave et ne doit pas entraîner un taux de modulation supérieur à 5 %. Pour la fréquence double, on peut admettre jusqu'à 20 % sans grand inconvénient.

Ces chiffres correspondent aux détecteurs que nous utilisons; il est possible qu'ils soient différents avec d'autres types de détecteurs.

La mesure de la modulation peut être faite en relevant les courants délivrés par l'antenne pour huit positions de la source primaire, situées à 45° les unes des autres. Si y_1, y_2, y_3, ..., y_8 sont les courants correspondants à chacune des huit positions, la valeur moyenne de ces courants est

$$A_0 = \frac{1}{8}(y_1 + y_2 + \ldots + y_8). \tag{1}$$

En calculant ensuite quatre facteurs donnés par les formules

$$a_1 = \frac{1}{4}[y_1 - y_5 + 0.707(y_2 + y_8 - y_4 - y_6)], \tag{2}$$

$$b_1 = \frac{1}{4}[y_3 - y_7 + 0.707(y_2 + y_4 - y_6 - y_8)], \tag{3}$$

$$a_2 = \frac{1}{4}(y_1 - y_3 + y_5 - y_7), \tag{4}$$

$$b_2 = \frac{1}{4}(y_2 - y_4 + y_6 - y_8). \tag{5}$$

On trouve que l'amplitude du courant fondamental est

$$A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \tag{6}$$

et que celle de l'harmonique 2 est

$$A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}. \tag{7}$$

Les taux de modulation sur l'axe sont donc :

— Pour le fondamental :

$$M_1 = \frac{100\,A_1}{A_0} \quad \% ; \tag{8}$$

— Pour l'harmonique 2 :

$$M_2 = \frac{100\,A_2}{A_0} \quad \%. \tag{9}$$

Cette méthode, qui traduit une décomposition en série de Fourier, est la seule qui permette une estimation correcte avec un matériel simple.

2.3. **Point de recoupement des diagrammes et champ de l'antenne.**

Un des premiers problèmes qui se pose dans l'étude d'une antenne de conduite de tir est le choix du niveau relatif du point M (*fig.* 1) par rapport au niveau de rayonnement maximum.

Quand on relève les diagrammes d'une antenne on constate que ceux-ci, tracés en décibels, ont une allure toujours parabolique au moins jusqu'à des niveaux de 10 à 12 dB au-dessous du niveau de rayonnement maximum. Dans cette zone, si $2\theta_0$ est l'ouverture du diagramme à 3 dB, l'équation de celui-ci est donc

$$\theta_N = \theta_0 \sqrt{\frac{N}{3}}, \tag{10}$$

où θ_N est la demi-ouverture pour un niveau de N dB au-dessous du niveau de rayonnement maximum.

Il est donc facile, si l'on prend θ_0 comme unité d'angle de tracer un diagramme « normalisé » pour toutes les antennes et d'en déduire les amplitudes des variations de niveau au cours d'un balayage conique en fonction de l'angle de dépointage, pour diverses valeurs du point de recoupement correspondant aux positions (1) et (2) de la figure 1. A cet effet, la figure 2 représente, en coordonnées cartésiennes, les positions (1) et (2) dans le cas d'un point de recoupement de 3 dB au-dessous du maximum : les diagrammes, calculés à partir de la formule (10), sont ici tracés en champ. Pour un angle de dépointage de θ_i, on voit que l'amplitude

reçue est proportionnelle à (*a*) pour la position (1) et à (*b*) pour la position (2), en admettant des échos d'égale intensité tel que θ_d. En fait, le champ rayonné est lui aussi proportionnel à (*a*) et (*b*), de sorte que ce sont les carrés de ces valeurs qui interviennent.

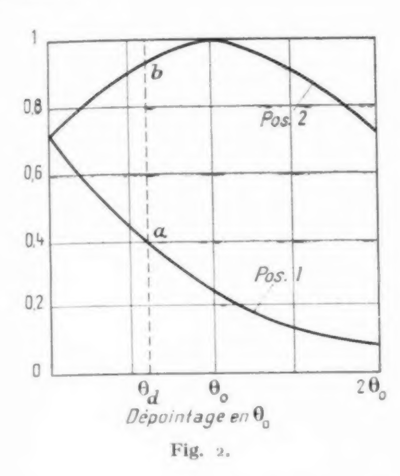


Fig. 2.

A partir de la figure 2, il est possible de calculer :

— l'amplitude relative de la tension alternative fournie par l'antenne, amplitude qui est de la forme

(1) $$A_d = b^2 - a^2;$$

— le taux de modulation correspondant, qui est de la forme

(2) $$M_d = \frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2}.$$

Ces valeurs correspondent à une détection linéaire; si le détecteur était quadratique, se sont les cubes qui interviendraient.

La figure 3 donne les variations de A_d et M_d en fonction du dépointage pour trois niveaux relatif du point de recoupement des diagrammes : 1, 2 et 3 dB.

On voit que les amplitudes des tensions de dépointage sont sensiblement identiques jusqu'à des angles de 0,8 θ_0, tandis que les taux de modulation sont assez peu différents. Il sera donc convenable de choisir un point de recoupement voisin de 2 dB, car il est intéressant que ce niveau soit le plus possible voisin du niveau de rayonnement maximum afin d'obtenir la plus grande portée possible. Les courbes montrent même que l'on pourra tolérer des niveaux de 1,5 dB, mais c'est là cependant un minimum. On constate que les variations de A_d et de M_d que nous venons de calculer ne sont pas linéaires en fonction du dépointage : ceci n'est pas très gênant car les systèmes de détection rétablissent dans une certaine mesure la linéarité (contrôle de gain notamment) tant que la variation reste de même sens. On peut donc estimer à $\pm$ 0,8 θ_0 la plage de fonctionnement du système et, par conséquent, le champ de l'antenne dans son application à la conduite de tir.

Si, par ailleurs, l'aérien est utilisé pour la recherche on est conduit à définir une valeur du champ différente. En limitant l'espace angulaire couvert par un faisceau à son ouverture à 3 dB et en supposant un recoupement des diagrammes à 2 dB, la formule (1) donne pour le champ de l'aérien environ 3,6 θ_0, c'est-à-dire un angle un peu supérieur au double des 1,6 θ_0 trouvés dans le cas de la conduite de tir.

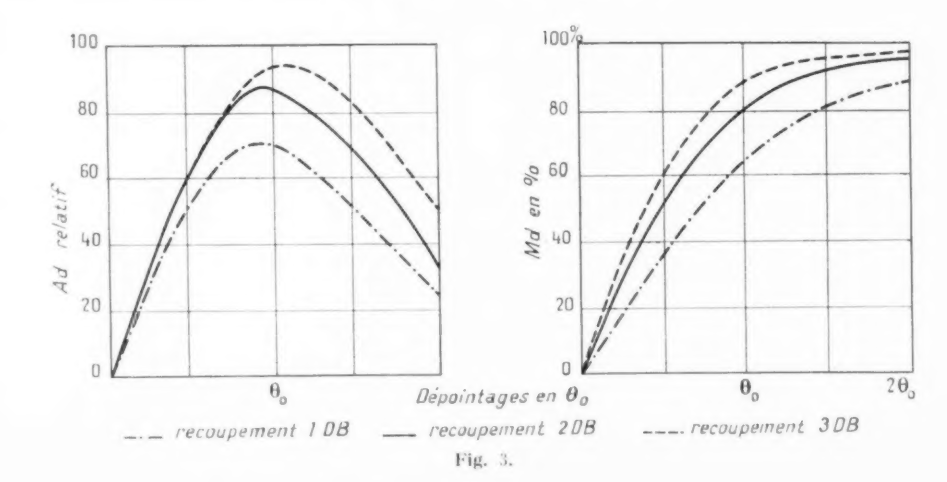


Fig. 3.

Les considérations que nous venons d'exposer pour le cas des antennes à balayage conique s'appliquent facilement aux deux autres types d'aériens.

2.4. Gain et niveau des lobes secondaires.

Comme c'est le cas pour toutes les antennes de radar, il faut s'efforcer d'obtenir le maximum de gain avec le minimum de niveau des lobes secondaires du diagramme de rayonnement. On sait que pour une ouverture rayonnante, le maximum de gain réalisable et le niveau des lobes secondaires sont liés, et il est possible de calculer les valeurs théoriquement réalisables.

Avec un aérien pour radar de conduite de tir, la situation est compliquée par le fait que le centre de phase n'est plus au foyer du réflecteur, et il faut tenir compte non seulement de la défocalisation mais des perturbations apportées par la présence de la source primaire. D'autre part, il n'est plus possible ici de choisir le diagramme d'illumination en toute liberté : souvent ce diagramme est imposé par la structure de la source et il faut s'en accommoder bon gré mal gré. Enfin la distance focale est souvent limitée par des considérations mécaniques.

Dans ces conditions, les performances de gain sont souvent assez médiocres. Pour une ouverture circulaire de diamètre D le gain est donné par la formule

$$G = \left(\frac{\pi D}{\lambda}\right)^2 f, \tag{13}$$

où f est le facteur de gain.

Ce facteur, qui peut être supérieur à 0,6 dans le cas d'une antenne de veille, est souvent compris entre 0,4 et 0,45 pour une antenne de conduite de tir, et nous avons dans certains cas trouvé des valeurs de 0,35.

Il faut donc être prudent dans l'estimation *a priori* du gain de ce type d'aérien.

Le niveau des lobes secondaires est toujours assez élevé et il semble difficile de dépasser 26 dB dans les deux plans principaux (plan E et plan H) sauf pour de petites bandes de fréquences bien particulières. Cette valeur de 26 dB ne tient d'ailleurs pas compte du lobe de coma qui est toujours situé dans l'enveloppe constitué par les positions extrêmes des diagrammes (*fig.* 4). La défocalisation se traduit en effet par une déformation de ces derniers et par l'apparition des lobes tels que C et C' qui sont les analogues des aberrations de coma des systèmes optiques. Ces lobes peuvent présenter des amplitudes élevées mais ils ne sont heureusement pas gênants car ils n'interviennent pas sur le fonctionnement du radar par suite de leur position. Il faut, par contre, s'efforcer d'obtenir à l'extérieur de l'enveloppe définie ci-dessus, des lobes secondaires aussi faibles que possible.

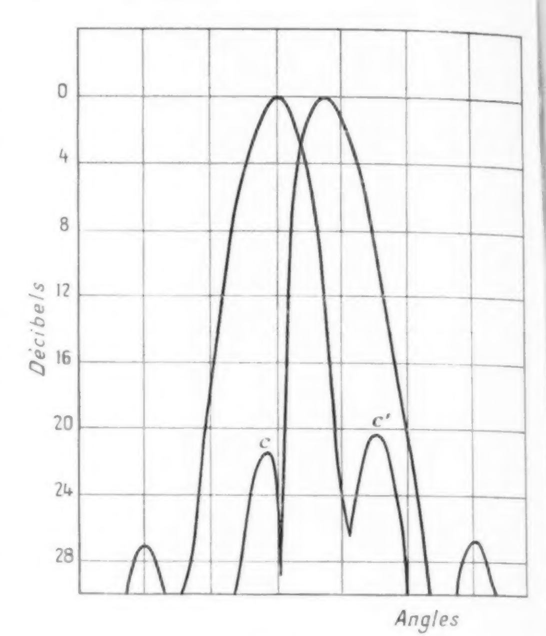


Fig. 4.

Le calcul et l'expérience montrent que ces lobes, ainsi que les lobes de coma, sont d'autant plus faibles que la défocalisation est petite, ce qui conduit à l'emploi de points de recoupement des diagrammes aussi près que possible des maxima de rayonnement.

3. CHOIX DU TYPE D'ANTENNE.

Pour construire un aérien de conduite de tir, on a toujours le choix entre un paraboloïde et une lentille, et ce choix est dans presque tous les cas dicté par un compromis entre diverses exigences souvent contradictoires.

Les tendances actuelles de la technique du radar conduisent à rechercher une gamme aussi étendue que possible des fréquences d'utilisation et une capacité maximum de transfert de puissance. Ces deux considérations ne sont pas incompatibles mais agissent directement sur la structure de la source, surtout si l'antenne doit être installée à bord d'un avion volant à haute altitude. Il est d'ailleurs clair que, si ces

deux performances étaient les seules envisagées, l'aérien devrait utiliser une lentille.

Mais il faut également tenir compte des dimensions, du poids et du montage du système. Puisque l'aérien est asservi et stabilisé, il faut que son inertie soit réduite au minimum. D'autre part, le montage dans le nez d'un avion exige un appareil dont les dimensions diminuent de l'arrière vers l'avant et dans ce cas, le paraboloïde est nettement plus avantageux que la lentille. Nous retrouvons cet avantage en ce qui concerne le poids, l'encombrement et, par conséquent, l'inertie. Finalement il apparaît que la lentille est préférable au paraboloïde du point de vue radioélectrique, mais que c'est ce dernier qui l'emporte du point de vue mécanique.

Le compromis n'est pas toujours facile à faire. En gros, sauf dans quelques cas d'installations au sol ou sur des navires, le paraboloïde est préférable à la lentille. Mais cela est loin d'être une règle impérative et chaque cas doit être soigneusement étudié.

Quand le type d'aérien a été fixé, il faut se préoccuper de la source primaire. Avec une lentille, le choix de cette source et sa construction sont relativement faciles puisque la structure générale de l'aérien correspond à la succession alimentation-source d'éclairement-ouverture. Avec un paraboloïde le problème est plus délicat à résoudre car l'arrivée d'énergie U. H. F. se fait toujours derrière le réflecteur tandis que la source d'illumination est en avant de celui-ci; il faut alors utiliser l'un des trois montages de la figure 5.

certains cas aussi large qu'avec une lentille. Malheureusement ce montage est encombrant et la nécessité de faire tourner la source pose des problèmes assez difficiles à résoudre : dans le cas d'antennes à balayage conique le moteur d'entraînement doit être solidaire du cornet (on peut le construire autour du guide) et son volume et son poids exigent de solides bras supports. D'autre part, la diffraction des ondes autour de ceux-ci et surtout autour du carter du moteur perturbe les diagrammes et provoque l'apparition de lobes secondaires.

Néanmoins, avec une antenne à balayage conique construite sur ce principe, les performances suivantes ont été obtenues :

— Diamètre du réflecteur : 1 m;
— Bande de fréquences : 8 600-9 500 Mc/s;
— Facteur de gain dans la bande : supérieur à 0,45;
— Niveau du point de recoupement : 2 dB;
— Niveau des lobes secondaires, non compris les lobes de coma : meilleur que 23 dB;
— Capacité de transfert de puissance : 300 kW au sol.

Le montage (*b*) utilise un miroir auxiliaire pour l'illumination du réflecteur : l'inclinaison du miroir assure le balayage conique. Sa rotation peut être assurée par un moteur se trouvant à l'emplacement du rectangle pointillé de la figure, ou par un moteur situé en arrière du réflecteur, le mouvement étant transmis par un fourreau tournant autour du guide

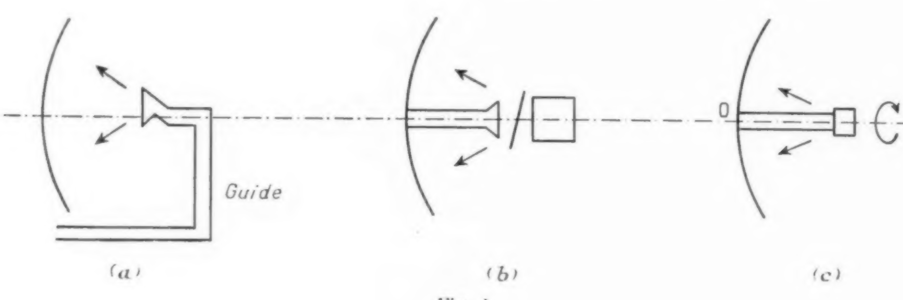


Fig. 5.

Dans le montage (*a*) la source peut être un cornet classique, alimenté par un guide d'ondes passant à l'extérieur du réflecteur (comme c'est le cas dans la figure) ou coupant sa surface. Il est alors facile d'obtenir une distribution correcte des amplitudes, et l'on est maître de cette distribution; d'autre part, la capacité de transfert de puissance est élevée et la plage de fréquences d'utilisation peut être dans

d'onde et supportant le miroir à l'aide de bras. Dans ce dernier cas on réalise un aérien de faible encombrement, ce qui est intéressant pour une antenne se trouvant par exemple dans le nez d'un avion. Malgré leurs avantages mécaniques certains, ces deux solutions à miroirs auxiliaires ne sont pas très satisfaisantes du point de vue radioélectrique quand le diamètre du réflecteur est faible. En effet,

on ne peut pas utiliser un faible diamètre pour le miroir auxiliaire, puisqu'il faut que celui-ci intercepte la quasi-totalité du rayonnement du cornet sans cependant être trop près de l'embouchure de ce dernier à cause de la réaction dans le guide. La situation est très différente pour des réflecteurs de dimensions moyennes, par exemple 80 cm ou 1 m pour la bande X. Il est alors possible d'employer des miroirs auxiliaires ayant jusqu'à 18 cm de diamètre sans trop perturber le rayonnement du paraboloïde; la distance *d* entre l'embouchure du cornet et le miroir pouvant alors être de 4 à 6 cm, il devient possible de réaliser une antenne à large bande. Pour fixer les idées, la figure 6 reproduit le T. O. S. dans un

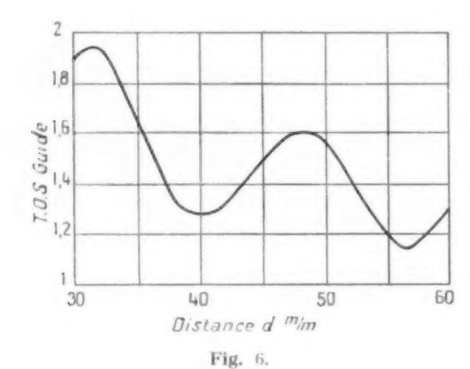


Fig. 6.

guide O excitant un cornet de 22,86 × 17 mm d'embouchure et placé devant un disque de 180 mm de diamètre, normal à son axe. Ce T. O. S. est relevé en fonction de la distance, à 9 300 Mc/s; on voit qu'autour de 41 et 56 mm la réaction est très faible. Cette réaction est évidemment fonction de la fréquence, mais il est possible d'obtenir une adaptation à large bande à l'aide de deux iris selfiques convenablement placés sur le guide : ceci est illustré à la figure 7 où le T. O. S. est tracé en fonction de la

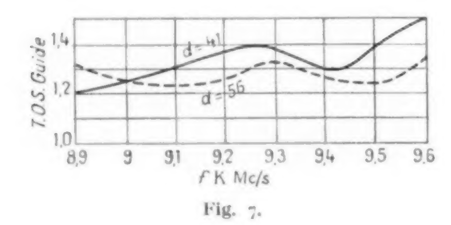


Fig. 7.

fréquence pour deux distances : $d = 41$ mm et $d = 56$ mm. Le fait que le miroir est légèrement incliné sur son axe de rotation au cours du balayage conique modifie un peu ces valeurs, mais les variations sont faibles.

En utilisant ces principes, il est possible de réaliser une antenne couvrant la gamme 8 900-9 500 Mc/s avec des lobes secondaires meilleurs que 18 dB (lobes de coma : 15 dB) et capable de transmettre une puissance de 300 kW au sol.

Avec le montage (*c*) nous voyons apparaître un nouveau type de source dont la structure est telle que le rayonnement se fait vers l'arrière : ce système est appelé « rear feed » par les anglo-saxons. Plusieurs montages peuvent être imaginés pour obtenir ce résultat : on peut par exemple utiliser un guide d'onde se terminant par un T qui excite deux fentes ou deux petits cornets dont les ouvertures sont dirigées vers le réflecteur. On peut aussi envisager un guide devant l'embouchure duquel se trouve un miroir réflecteur, la liaison entre le guide et le miroir étant assurée par une pièce en diélectrique de forme adéquate. Quel que soit le dispositif envisagé les problèmes les plus difficiles à résoudre avec ce matériel sont la tenue à la puissance et l'adaptation sur une large bande de fréquences. Pour cette adaptation la situation est d'autant plus délicate que la focale du paraboloïde est courte : le réflecteur réagit alors sur la source, et, bien que celle-ci soit adaptée quand elle est montée sur l'antenne, la réaction varie avec la fréquence et provoque des variations sensibles du taux d'ondes stationnaires dans la bande. La figure 8 met en évidence l'importance de cette réac-

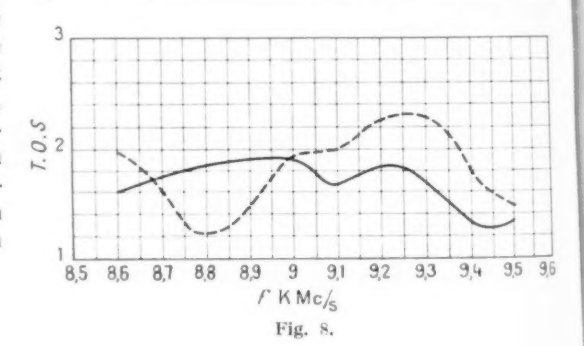


Fig. 8.

tion, entre 8 600 et 9 500 Mc/s, pour un réflecteur dont la focale est voisine de six longueurs d'ondes : sur la figure, le T. O. S. correspondant à la source seule non adaptée a été tracé en trait plein et le T. O. S. relatif à la source mise en place devant le réflecteur a été tracé en pointillés. Dans le cas de la figure, le système n'est utilisable que de 8 730 à 8 880 Mc/s, mais l'adaptation à large bande peut cependant être obtenue d'une part en disposant des

sandwichs de diélectrique sur les embouchures des cornets, d'autre part en plaçant des iris selfiques dans le guide.

En contre-partie des problèmes d'ordre radioélectrique posés par ce genre de sources, celles-ci présentent des avantages mécaniques certains : encombrement et poids réduits (donc faible inertie), facilité de montage. Il apparaît cependant une difficulté dans le cas des antennes à balayage conique travaillant en polarisation fixe : il est alors impossible de faire tourner la source sur elle-même et le bras constitué par le guide traversant le paraboloïde à son sommet doit alors se déplacer selon les génératrices d'un cône de sommet O, sans pivoter sur lui-même. Ce mouvement de fouet est assez facile à obtenir, mais quand il doit être produit à grande vitesse, il pose des problèmes assez délicats d'équilibrage et de résistance des matériaux; il faut en effet que le système reste rigide tout en restant aussi léger que possible.

Finalement on peut dire que, dans l'état actuel de la technique, les lentilles et les antennes à réflecteurs des types (*a*) et (*b*) pourront être utilisées dans les installations au sol ou à bord de navires, avec préférence aux paraboloïdes quand il est impératif d'avoir une inertie aussi faible que possible, tandis que les antennes aéroportées seront toutes des antennes à réflecteur du type (*c*). Ce type d'aérien est d'ailleurs le plus difficile à réaliser car il faut ici plus que partout ailleurs trouver le meilleur compromis entre les exigences mécaniques et radioélectriques, presque toujours contradictoires; d'autre part l'antenne doit fonctionner dans des conditions de température et de pression telles que la tenue à la puissance et le comportement des organes mécaniques sont souvent à la limite des possibilités.

4. ÉTUDE DU PARABOLOÏDE DÉFOCALISÉ.

Puisque d'après ce que nous venons de voir, c'est le paraboloïde qui est surtout employé dans les aériens de conduite de tir, nous allons étudier en détail son rayonnement dans cette utilisation et essayer d'en tirer quelques conclusions pratiques.

4.1. Distribution de phase sur l'ouverture.

La distribution de phase sur l'ouverture peut être déterminée en supposant que, dans le paraboloïde, les ondes issues du centre de phase de la source primaire suivent les lois de l'Optique géométrique. L'expérience montre que cette hypothèse donne de bons résultats.

Considérons donc une section du paraboloïde (*fig.* 9) de foyer F et soit A le centre de phase de la source. A est défini par sa distance *d* au sommet de la parabole et par l'angle α.

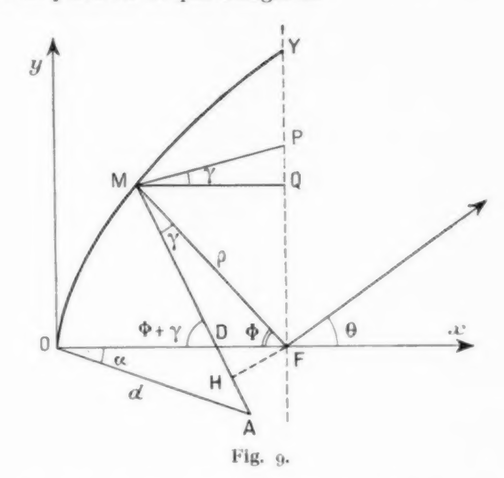


Fig. 9.

On sait qu'un rayon issu de F parcourt la distance :

$$FM + MQ = 2f,$$

tandis qu'un rayon issu de A parcourt la distance AM + MP, le rayon réfléchi MP étant différent de MQ comme le montre la figure.

Dans le cas de la source en F, le chemin parcouru par un rayon pour aboutir en P aurait été $2f$, et la phase en ce point est donc

$$\varphi_P = \frac{2\pi}{\lambda}[2f - (AM + MP)]. \tag{14}$$

Pour connaître la distribution sur l'ouverture, que nous faisons coïncider avec FY, il nous faut calculer FP et AM + MP.

Calculons MP :

$$\overline{MP}^2 = \overline{MQ}^2 + \overline{QP}^2 = \rho^2 \cos^2\Phi + \rho^2 \cos^2\Phi \operatorname{tg}^2\gamma. \tag{15}$$

En remarquant que

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos\Phi}, \tag{16}$$

il vient

$$MP = \frac{2f\cos\Phi}{(1+\cos\Phi)\cos\gamma}. \tag{17}$$

Calculons MA

$$\left\{\begin{aligned} &\overline{MA} = \overline{MD} + \overline{DA}, \\ &MD = \frac{\rho\sin\Phi}{\sin(\Phi+\gamma)}, \qquad DA = \frac{-d\sin\alpha}{\sin(\Phi+\gamma)}, \\ &MA = \frac{\rho\sin\Phi - d\sin\alpha}{\sin(\Phi+\gamma)}, \end{aligned}\right. \tag{18}$$

et ceci donne, en tenant compte de (16),

$$\text{(19)} \qquad \mathrm{MA} = 2f\frac{\sin\Phi - \dfrac{d}{2f}(\sin\alpha)(1+\cos\Phi)}{(1+\cos\Phi)\sin(\Phi+\gamma)}.$$

En portant les valeurs de MA et de MP dans la relation (14) nous trouvons la valeur de la phase en P

$$\text{(20)} \qquad \varphi_{\mathrm{P}} = \frac{4\pi f}{\lambda}\left[1 - \frac{\cos\Phi}{(1+\cos\Phi)\cos\gamma} - \frac{\sin\Phi - (\sin\alpha)(1+\cos\Phi)\left(\dfrac{d}{2f}\right)}{(1+\cos\Phi)\sin(\Phi+\gamma)}\right].$$

Quant à FP, sa valeur est

$$\mathrm{FP} = \mathrm{FQ} + \mathrm{QP},$$

soit

$$\text{(21)} \qquad \mathrm{FP} = \frac{2f}{1+\cos\Phi}(\sin\Phi + \cos\Phi\,\mathrm{tg}\,\gamma).$$

Ces deux formules font intervenir γ qu'il nous faut calculer. Nous utiliserons une méthode analytique.

L'équation de la droite MA est

$$\frac{x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{A}}}{x - x_{\mathrm{A}}} = \frac{y_{\mathrm{M}} - y_{\mathrm{A}}}{y - y_{\mathrm{A}}}$$

et celle de la droite MF est

$$\frac{x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{F}}}{x - x_{\mathrm{F}}} = \frac{y_{\mathrm{M}} - y_{\mathrm{F}}}{y - y_{\mathrm{F}}}.$$

La valeur de tg γ est alors

$$\mathrm{tg}\,\gamma = \frac{(y_{\mathrm{A}} - y_{\mathrm{M}})(x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{F}}) - (x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{A}})(y_{\mathrm{F}} - y_{\mathrm{M}})}{(y_{\mathrm{A}} - y_{\mathrm{M}})(y_{\mathrm{F}} - y_{\mathrm{M}}) + (x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{A}})(x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{F}})}.$$

En posant

$$\text{(22)} \qquad \mathrm{tg}\,\frac{\Phi}{2} = t,$$

nous trouvons après quelques calculs

$$\text{(23)} \qquad \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{(d\sin\alpha - 2ft)(t^2-1) + 2t(ft^2 - d\cos\alpha)}{(ft^2 - d\cos\alpha)(t^2-1) - 2t(d\sin\alpha - 2ft)}.$$

Les formules (20), (21) et (23) qui permettent un calcul rigoureux de la distribution sont très complexes et leur calcul, dans le cas général, est très long. Cependant le point A est souvent maintenu sur la droite FY et, dans ce cas,

$$d = \frac{f}{\cos\alpha}.$$

La formule (23) s'écrit alors

$$\text{(24)} \qquad \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{(t^2-1)\,\mathrm{tg}\,\alpha}{(t^2+1)^2 - 2t\,\mathrm{tg}\,\alpha}$$

ou encore

$$\mathrm{tg}\,\gamma = \frac{-(1-t^2)\,\mathrm{tg}\,\alpha}{(1+t^2)\left[(1+t^2) - \dfrac{2t\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1+t^2}\right]}.$$

Mais, d'après (22), nous avons

$$\text{(25)} \qquad \frac{1-t^2}{1+t^2} = \cos\Phi \qquad \text{et} \qquad \frac{2t}{1+t^2} = \sin\Phi,$$

ce qui donne

$$\text{(26)} \qquad \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha\cos\Phi}{\mathrm{tg}\,\alpha\sin\Phi - \dfrac{1}{\cos^2\dfrac{\Phi}{2}}}.$$

La distribution de phase est donnée par la formule (20) qui, en tenant compte de (22) et (25) s'écrit, après quelques calculs et en posant que $\cos\alpha = \cos\gamma = 1$, et que $\sin\gamma = \mathrm{tg}\,\gamma$,

$$\text{(27)} \qquad \varphi_{\mathrm{P}} = \frac{4\pi f}{\lambda}\left[1 - \frac{1-t^2}{2} - (1+t^2)\frac{2t - \mathrm{tg}\,\alpha}{2[2t + (1-t^2)\,\mathrm{tg}\,\gamma]}\right].$$

Quant à la distance FP, elle est toujours donnée par la formule (21) qui peut s'écrire aussi

$$\text{(28)} \qquad y_{\mathrm{P}} = \mathrm{FP} = f[2t + (1-t^2)\,\mathrm{tg}\,\gamma],$$

ce qui donne

$$\text{(29)} \qquad \varphi_{\mathrm{P}} = \frac{4\pi f}{\lambda}\left[1 - \frac{1-t^2}{2} - (1+t^2)\frac{2t - \mathrm{tg}\,\alpha}{2\dfrac{y_{\mathrm{P}}}{f}}\right].$$

Les formules (28) et (29) qui, en utilisant la formule (24), permettent le calcul de la phase en un point P de l'ouverture correspondant à l'angle Φ, s'expriment uniquement en fonction de α, Φ et f. En posant arbitrairement que $f = 1$, on obtient donc des formules « normalisées », valables pour tous les paraboloïdes. Il est donc ainsi possible de construire, en fonction de Φ, des familles de courbes donnant φ_{P} et FP avec α comme paramètre. Ces courbes sont tracées figures 10 et 11 pour des angles Φ compris entre -90 et $+90°$ et pour des angles α compris entre 0 et 5°. Pour connaître la distribution correspondant à un paraboloïde déterminé, il suffit de multiplier les ordonnées par f ou $\dfrac{f}{\lambda}$, et de prendre les valeurs entre Φ_1 et Φ_2, ces deux angles étant les valeurs extrêmes de Φ dans l'exemple choisi.

4.2. Distribution d'amplitude.

La distribution de phase étant connue, il faut déterminer la distribution d'amplitude sur l'ouverture afin de calculer le diagramme de rayonnement théorique.

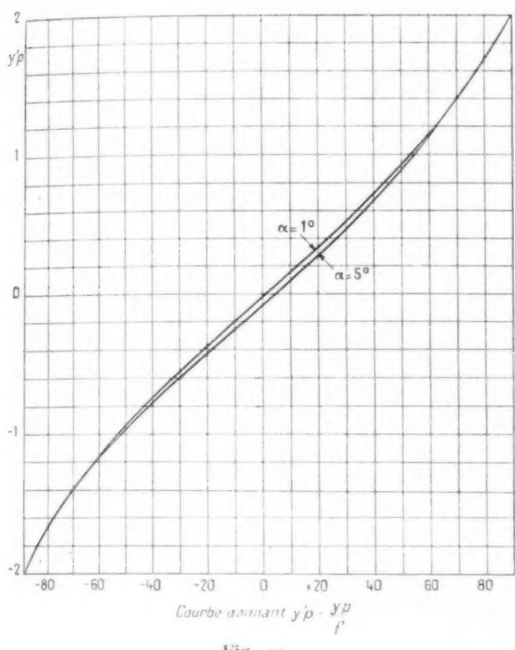
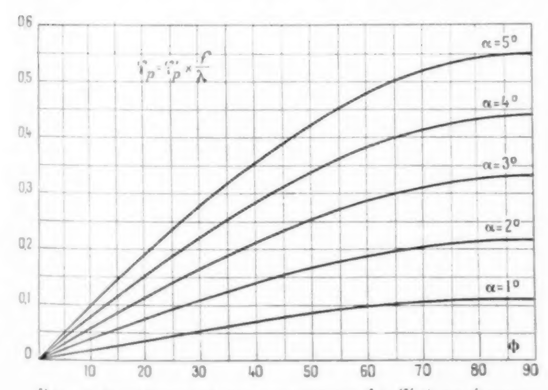


Fig. 10.

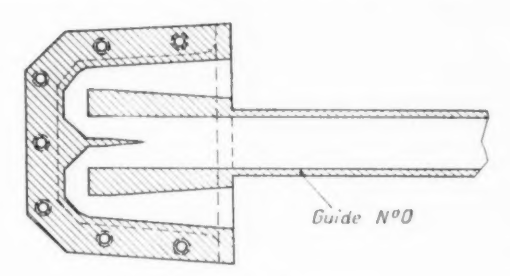
Cette distribution est donnée par le diagramme de rayonnement de la source primaire. Dans le cas d'une illumination effectuée selon le montage de la figure 5 *a*, ce diagramme est facile à calculer ou à



Nota : α et φ' sont toujours de signes contraires. pour Φ < α φ'ₙ change de signe

Fig. 11.

relever, tandis qu'avec les montages des figures 5 *b* et 5 *c* le tracé expérimental est seul possible, à cause des perturbations amenées par la présence du guide d'alimentation, et des difficultés de calculs. En fait les diagrammes d'illumination correspondant à ces deux montages sont loin de satisfaire aux conditions requises pour obtenir de faibles niveaux de lobes secondaires. Avec une source conforme à la figure 12,



Excitation double sources

Fig. 12.

les diagrammes sont ceux de la figure 13. Ces courbes, tracées pour 9 200 Mc/s, sont d'ailleurs des moyennes car les niveaux relevés varient de ± 2 dB par suite des interférences le long du guide d'alimentation. Pour mettre en évidence les déformations des diagrammes, on les a tracés non seulement dans les plans principaux E et H mais aussi dans des plans faisant des angles de 15, 30 et 45° avec ceux-ci.

Avec le montage de la figure 5 *a*, les résultats sont bien meilleurs, comme le montre la figure 14; sur celle-ci, où l'on a indiqué les amplitudes des champs, il a été tracé en pointillés la courbe idéale en cosinus carré que l'on désirait obtenir sur l'ouverture pour diminuer au mieux le niveau des lobes secondaires. Ces diagrammes sont relatifs à une source constituée par un guide circulaire prolongé par une collerette conique : le guide étant excité selon le mode TE 11, la polarisation ne tourne pas durant la rotation de la source.

Pour obtenir la valeur de l'amplitude au point P (*fig.* 9), il suffit de reprendre ces diagrammes primaires en les affectant de l'atténuation de propagation entre le point A et le réflecteur, c'est-à-dire, en admettant que l'onde d'illumination est sphérique, en multipliant les champs par $\frac{f}{AM}$.

En fait on obtient une approximation suffisante en admettant que la source reste en F, car c'est la phase qui intervient surtout dans le déplacement du faisceau. Ceci n'est bien entendu valable que si α

ne dépasse pas 4 ou 5°. Dans ces conditions, l'amplitude sur l'ouverture correspondant à un angle Φ est le champ dans une direction θ (*fig.* 9) est, dans le cas pratique où θ est inférieur à 10°, donné

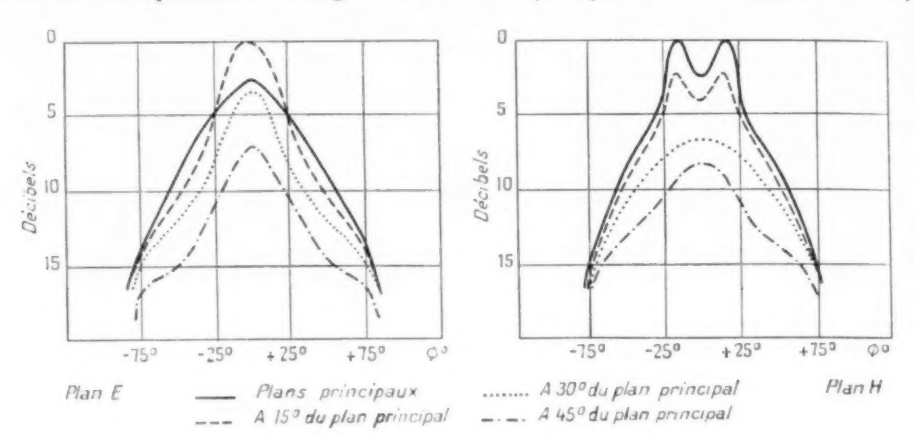


Fig. 13.

égale au champ correspondant à cet angle (champ donné par le diagramme primaire) multiplié par $\frac{1+\cos\Phi}{2}$ et l'ordonnée correspondante FQ $\sim$ FP est

$$y = 2f\,\mathrm{tg}\,\frac{\Phi}{2}.$$

par la formule

$$(30)\qquad E(\theta) = \int_{y_1}^{y_2} A(y)\, e^{j\varphi(y)}\, e^{jky\sin\theta}\, dy,$$

où y_1 et y_2 sont les limites sur l'ouverture.

Dans les antennes de conduite de tir, les réflecteurs sont toujours symétriques et, si D est le dia-

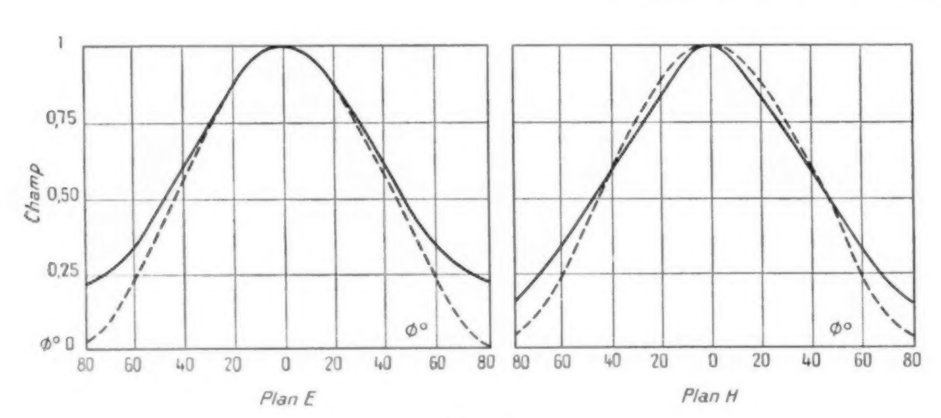


Fig. 14.

Le calcul de la distribution d'amplitude à partir des figures 11 ou 12 est donc facile.

4.3. Calcul des diagrammes de rayonnement théoriques.

En appelant $A(y)$ et $\varphi(y)$ les distributions d'amplitude et de phase que nous venons de déterminer, mètre, la formule (30) s'écrit

$$(31)\qquad E(\theta) = \int_{-\frac{D}{2}}^{+\frac{D}{2}} A(y)\, e^{j(ky\sin\theta + \varphi(y))}\, dy.$$

En utilisant cette formule, il est toujours possible de calculer, par une intégration graphique, le champ rayonné en fonction de θ.

La distribution d'amplitude est tirée de courbes telles que celles des figures 13 ou 14 et la distribution de phase se déduit des courbes des figures 10 ou 11. Ces différentes courbes sont toutes tracées en fonction de Φ, mais il est facile d'en déduire les variations de $A(y)$ et $\varphi(y)$. Il est indispensable d'effectuer le calcul pour plusieurs valeurs de α, afin de déterminer quelle est la valeur de cet angle qui correspond à l'inclinaison de faisceau donnant le niveau choisi pour le recoupement des diagrammes. Ces calculs sont longs et il est souvent préférable d'avoir recours à l'expérimentation, sous réserve que la focale et le diamètre du paraboloïde aient été déterminés.

Pour ce choix il faudra souvent consentir un compromis, mais il semble que des valeurs maxima de Φ de l'ordre de 70 à 75° donnent toujours des résultats acceptables en ce qui concerne le facteur de gain. Nous avons calculé, pour une antenne de 1 m de diamètre et de 0,36 m de focale, le diagramme correspondant à $\alpha = 1°$ pour une valeur maximum de Φ appelée Φ_0, égale à 70° et avec l'illumination de la figure 14 (plan E). Ce diagramme est tracé en trait plein à la figure 15. Sur la même figure on a indiqué le diagramme expérimental (trait pointillé). La figure 16 reproduit les distributions d'amplitude et de phase correspondantes sur l'ouverture. Ces courbes sont déduites des figures 10, 11 et 14.

Le calcul du diagramme est fait à partir de la formule (31) en décomposant l'ouverture en éléments de hauteur Δy; si y_i est l'ordonnée moyenne d'un élément courant de rang i, et s'il y a N éléments au total, (31) s'écrit

$$(32)\quad E^2(\theta) = \left| \sum_{i=1}^{i=N} A(y_i)[\cos(ky_i \sin\theta) + \varphi(y_i)] \right|^2 + \left| \sum_{i=1}^{i=N} A(y_i)[\sin(ky_i \sin\theta) + \varphi(y_i)] \right|^2.$$

Il est ensuite possible de calculer le facteur de gain de l'ouverture en utilisant la formule

$$(33)\quad f = \frac{1}{2}\,\frac{|E^2(\theta)|_{\max}}{\left| \sum_{i=1}^{i=N} A(y_i) \right|^2}.$$

Dans notre exemple, ce calcul donne un facteur de gain de 0,46 : la valeur mesurée était de 0,42 environ, mais les formules (32) et (33) ne tiennent aucun compte de l'effet d'ombre dont nous parlons ci-dessous. D'autre part, la source primaire était protégée par un petit radome en mousse de polyéthylène qui perturbait légèrement les diagrammes. L'examen de la figure 15 montre que la théorie et l'expérience concordent bien en ce qui concerne la

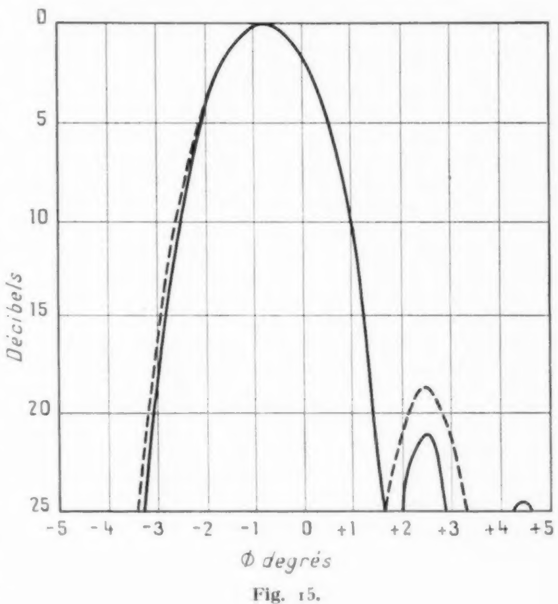


Fig. 15.

déviation du faisceau, le point de recoupement des diagrammes (ici 1,7 dB) et les largeurs des lobes principaux à 3 et 10 dB; on notera cependant que le relevé expérimental donne un diagramme un peu

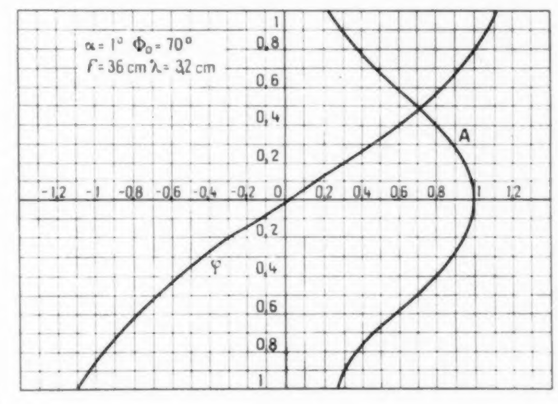


Fig. 16.

plus large, ce qui peut s'expliquer par une légère défocalisation ou par des variations de phase dans le diagramme d'illumination, le cornet primaire ne

présentant pas un centre de phase parfaitement défini.

En ce qui concerne le niveau du lobe de coma, le calcul paraît nettement optimiste : la position du lobe est correcte mais son amplitude est sensiblement plus faible que l'amplitude réelle. Ceci semble dû d'une part à l'effet d'ombre de la source primaire et, d'autre part, à la diffraction autour de celle-ci. Quand on relève les diagrammes pour différentes fréquences on constate que la position du lobe reste à peu près fixe mais que son niveau varie assez rapidement de ± 4 dB autour de 21 dB, ce qui indique bien la présence d'interférences.

L'ombre de la source se traduit par l'apparition de lobes situés au-delà de ± 5° et dont le niveau est d'environ 23 dB, valeur qui est en assez bon accord avec celle que l'on peut estimer à partir de la méthode exposée ci-dessous, en prenant comme diagramme de départ celui qui est calculé par la formule (32). La présence du radome de protection vient d'ailleurs compliquer les choses et finalement il semble bien qu'il ne faille pas demander à tous ces calculs autre chose qu'un ordre de grandeur en ce qui concerne le niveau des lobes secondaires.

1.4. Effet d'ombre de la source primaire.

La source primaire occupe toujours une place plus ou moins importante devant l'ouverture du paraboloïde, au centre de celui-ci, et obture le rayonnement dans cette zone. L'ombre ainsi introduite perturbe le diagramme et son effet se traduit par une diminution de gain et un accroissement du niveau des lobes secondaires.

Avec les montages des figures 5 *a* et 5 *b* cette ombre est produite par le carter du moteur d'entraînement du cornet ou par le disque oscillant et le carter de son moteur. Elle est beaucoup moins importante avec le montage de la figure 5 *c*.

Il est très difficile d'évaluer avec précision les perturbations apportées par la source primaire car l'effet de masque est accompagné de phénomène de diffraction autour de la source elle-même. Néanmoins on peut essayer de se faire une idée de l'influence de la source en assimilant celle-ci à un disque obturant le centre de l'ouverture. Pour écrire que ce disque fait ombre, il suffit d'écrire qu'il équivaut à une ouverture où règne la même distribution que sur l'ouverture rayonnante étudiée, mais rayonnant en opposition de phase avec cette dernière. Pratiquement d'ailleurs, étant donné le faible diamètre du disque obscur devant celui du paraboloïde, on peut admettre que la distribution y est uniforme et équiphase, ce qui d'ailleurs aggrave les choses.

Si a est le diamètre du disque et si A est l'amplitude du champ électrique, le champ rayonné par le disque est

$$E(\theta) = \frac{A\pi a^2}{2\lambda R} e^{-jkR} \frac{J_1\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta},$$

R, distance de l'antenne au point où est mesuré le champ.

Si nous laissons de côté le facteur fonction de R, et si nous posons arbitrairement que $A = 1$, il vient

$$(34)\qquad E'(\theta) = \frac{\pi a^2}{2} \frac{J_1\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}.$$

En admettant que sur l'ouverture du paraboloïde règne une distribution parabolique équiphase ($\alpha = 0$) avec une amplitude maximum $A = 1$, on trouve que, si D est le diamètre du paraboloïde, le champ rayonné s'écrit

$$(35)\qquad E''(\theta) = \pi D^2 \frac{J_2\left(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\theta\right)^2}.$$

De sorte que, dans ce cas, le champ y compris l'effet d'ombre du disque est

$$(36)\qquad E(\theta) = \pi D^2 \frac{J_2\left(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi D}{\lambda}\sin\theta\right)^2} - \frac{\pi a^2}{2} \frac{J_1\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}.$$

En appelant m le rapport des diamètres

$$m = \frac{D}{a}$$

et en posant

$$u = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta,$$

la relation (36) s'écrit

$$E(\theta) = \pi a^2\left[m^2 \frac{J_2(mu)}{m^2 u^2} - \frac{1}{2}\frac{J_1(u)}{u}\right],$$

soit

$$(37)\qquad E(\theta) = \pi a^2 m^2\left[\frac{J_2(mu)}{(mu)^2} - \frac{1}{2m^2}\frac{J_1(u)}{u}\right].$$

En comparant cette expression avec (35) qui s'écrit

$$(38)\qquad E''(\theta) = \pi a^2 m^2 \frac{J_2(mu)}{(mu)^2},$$

il est facile de calculer l'accroissement du niveau des lobes secondaires et la perte de gain en fonction de m.

La direction de rayonnement maximum correspond à $u = 0$ et la vraie valeur de

$$\frac{J_2(mu)}{(mu)^2}$$

est alors $\frac{1}{8}$, tandis que la vraie valeur de

$$\frac{J_1(u)}{u}$$

est $\frac{1}{2}$. Dans ces conditions, la perte en gain s'écrit

$$P = 20 \log \frac{E''(0)}{E(0)} = 20 \log \frac{1}{1 - \frac{2}{m^2}}. \tag{39}$$

Cette formule n'est pratiquement valable que pour m supérieur à 3 ou 4. Avec $m = 4$, la perte de gain est de 1,15 dB, avec $m = 5$ elle est de 0,72 dB, et avec $m = 6$ elle est de 0,48 dB. C'est une valeur voisine de celle-ci qui a été choisie pour l'antenne dont le T. O. S. est donné à la figure 6. L'accroissement du niveau des lobes secondaires, qui se déduit de (17) est alors illustré par la figure 17 où l'on a tracé la courbe

$$\frac{8J_2(mu)}{(mu)^2} - \frac{4}{m^2}\frac{J_1(u)}{u}.$$

On voit que le premier lobe secondaire qui était aux environs de 25 dB sans le disque, passe aux

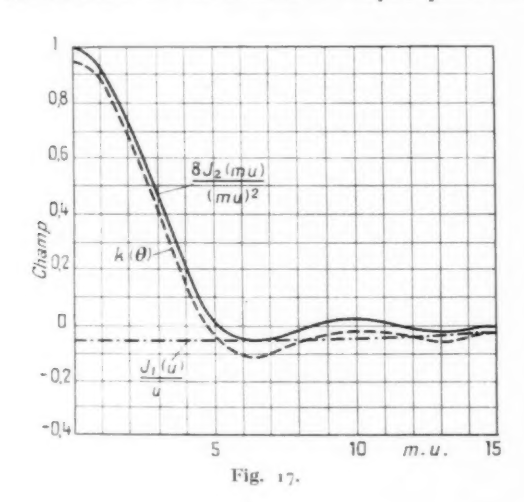


Fig. 17.

environs de 19 dB du fait de celui-ci. L'examen de la figure montre également que pour $m > 6$, la valeur de

$$\frac{4}{m^2}\frac{J_1(u)}{u}$$

reste sensiblement constante et égale à $\frac{2}{m^2}$. Dans ces conditions la valeur maximum du premier lobe secondaire est donnée sensiblement par

$$s_0 = 0,059 + \frac{2}{m^2}, \tag{40}$$

soit un niveau de

$$s = 20 \log \frac{1}{\left(0,059 + \frac{2}{m^2}\right)}, \tag{41}$$

ce qui correspond à 22 dB pour $m = 10$.

Comme nous le mentionnons ci-dessus, ces calculs sont effectués pour une illumination obéissant à une loi parabolique, sans variation de phase, donc sans inclinaison du faisceau. Ils donnent cependant un ordre de grandeur suffisant car nous négligeons ici les effets de diffraction; l'expérience montre que la formule (41) est légèrement pessimiste, les niveaux de lobes secondaires relevés étant de 1 à 2 dB meilleurs que les niveaux ainsi calculés, quand il n'y a pas d'autres obstacles devant le réflecteur et quand l'illumination décroît bien régulièrement du centre du paraboloïde vers la périphérie.

5. CONCLUSION.

Après avoir passé en revue les différents systèmes qui pouvaient être utilisés, nous avons vu que, dans l'état actuel de la technique, l'emploi d'un paraboloïde était la solution qui offrait le moins d'inconvénients chaque fois que les exigences d'encombrement et de poids étaient primordiales. Nous avons ensuite établi des formules générales relatives aux diagrammes produits quand la source d'illumination ne se trouvait plus au foyer du réflecteur, et nous avons vu que la coïncidence entre ces formules et les résultats d'expérience était très bonne en ce qui concernait le niveau relatif des points de recoupement, l'angle de dépointage et la largeur du lobe principal. En ce qui concerne le niveau des lobes secondaires, il ne semble pas qu'il faille attendre autre chose qu'un ordre de grandeur des diverses méthodes indiquées; néanmoins, elles restent précieuses pour l'établissement d'un avant-projet d'antenne.

BIBLIOGRAPHIE

S. Silver, *Microwave Antenna Theory and Design* (*Col. M. I. T.*, Vol. 12, Sec. 6, 8, Mc Graw Hill Book Co New York, 1949).

ÉTUDE DES MODES D'OSCILLATIONS DU « CARCINOTRON M » (1)

DEUXIÈME PARTIE

Par M. de BENNETOT,

Département Recherches « Électronique et Atomistique »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Dans la deuxième partie de cet article, on reprend l'analyse du fonctionnement du « Carcinotron M » sans supposer, comme précédemment, que le faisceau électronique est très mince. On établit les relations qui traduisent dans ce cas, d'une part l'échange d'énergie entre le faisceau et le champ guidé par la ligne à retard du tube, d'autre part les conditions aux limites de l'espace d'interaction.*

Les résultats essentiels sont les suivants :

1° lorsque le champ de la ligne est supposé nul, l'effet d'amplification par ondes de charge d'espace (effet « diocotron ») cesse de se produire lorsque l'on a $\frac{\omega . \Delta}{v_0} > 0{,}63$ *où* ω *est la pulsation d'oscillation,* v_0 *la vitesse des électrons,* Δ *la demi-épaisseur du faisceau.*

2° lorsque le champ de la ligne n'est pas nul, l'harmonique d'espace en interaction avec le faisceau électronique est représentable par la superposition de trois ondes progressives. Suivant la valeur du paramètre de charge d'espace h, les constantes de propagation de deux de ces ondes sont réelles ou complexes conjuguées.

Dans ces conditions, l'intensité du courant d'accrochage du mode fondamental peut être très inférieure à l'intensité prévue par la théorie simplifiée et les fréquences des deux premiers modes d'oscillation peuvent différer de plusieurs dizaines de Mc/s (C. D. U. : 621.385.1.029.6).

SUMMARY. — *In Part. II of this article, the analysis of the operation of the carcicinotron* M *is taken up again without assuming, as before, that the electron beam is very thin. Relations are established which, in this case, express, on the one hand, the energy exchange between the beam and the field guided by the tube's delay line, and on the other hand, the boundary conditions for the interaction space.*

The main results are :

1° when the line field is assumed to be zero, the effect of amplification by space charge waves (diocotron effect) ceases to occur when : $\frac{\omega . \Delta}{v_0} > 0.63$*, where* ω *is the oscillation pulsation,* v_0 *is the electron velocity,* Δ *is half the beam thickness.*

2° when the line field is not zero, the space harmonic interacting with the electron beam can be represented by the superposition of three travelling waves. Depending on the value of the space charge parameter h, the propagation constants of two of these waves are real or complex conjugate.

Under these conditions, the magnitude of the starting current for the fundamental mode may be much less than the current derived from the simplified theory, and the frequencies of the first two oscillation modes may differ by several tens of Mc/s. (U. C. D. : 621.385.1.029.6).

---

(1) Manuscrit reçu le 28 janvier 1956.

1. INTRODUCTION.

Dans la première partie de cet article ([2]), on a analysé tout d'abord le fonctionnement du « Carcinotron M ([3]) » en négligeant les effets de la charge d'espace. Le champ guidé par la ligne à retard peut être représenté dans ce cas par la somme de deux ondes progressives de même amplitude qui ne sont ni amplifiées ni atténuées.

On a cherché ensuite à tenir compte, en première approximation, des effets de la charge d'espace. On a alors abouti aux équations (120) et (121) qui déterminent les potentiels de charge d'espace φ_{cI} et φ_{cII} au niveau des bords du faisceau, en fonction des valeurs E_{zLI} et E_{zLII} du champ de la ligne, pris aux mêmes niveaux, et des paramètres Ω_0^2, ζ_I, ζ_{II}.

On a vu que si l'on supposait nul le champ de la ligne, les équations (120) et (121) — qui sont dans ce cas des équations homogènes — admettent une solution qui correspond au phénomène physique qui a reçu le nom d'effet « Diocotron » [éq. (125)].

On a alors supposé que le produit $\Gamma\Delta$ — où Γ est la constante de propagation d'une des ondes progressives du champ électrique et Δ la demi-épaisseur du faisceau — était très inférieur à l'unité. Cette hypothèse permet de ne retenir que les deux ou trois premiers termes dans le développement en série des exponentielles où figure ce produit. On avait choisi tout d'abord de ne retenir que deux termes dans le développement en série de $e^{-4\Gamma\Delta}$ [éq. (126)], ce qui donnait la valeur unité au déterminant des équations (120) et (121). L'expression approchée des potentiels de charge d'espace — dans le cas où $\Gamma\Delta$ est très inférieur à l'unité — n'est obtenue en réalité que si l'on utilise un développement où figurent trois termes.

Il est possible de mener le calcul jusqu'au bout en ne développant pas en série les exponentielles sans que ceci augmente le degré de l'équation qui traduit l'échange d'énergie entre le faisceau électronique et la ligne à retard. Il s'introduit en effet une simplification remarquable dans les expressions des potentiels de charge d'espace.

On a donc repris dans la suite de cet article le calcul des potentiels de charge d'espace à partir des équations (120) et (121) sans poser d'hypothèse relative au terme $\Gamma\Delta$.

([2]) M. de Bennetot, *Étude des modes d'oscillations du « Carcinotron M »* (*Ann. Radioélectr.*, t. 10, 1955, p. 328).
([3]) Marque déposée par la Compagnie Générale de T. S. F.

2. INTERACTION DU CHAMP H. F. ET DU FAISCEAU ÉLECTRONIQUE.

Les équations (120) et (121) s'écrivent

$$(120)\quad \varphi_{cII}\left(1+\frac{\Omega_0^2}{2\,\omega_r\zeta_{II}}\right)-\varphi_{cI}\left(\frac{\Omega_0^2\,e^{-2\Gamma\Delta}}{2\,\omega_r\zeta_I}\right) = -\frac{\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r}\left[\frac{E_{zLII}}{\zeta_{II}}-\frac{E_{zLI}}{\zeta_I}e^{-2\Gamma\Delta}\right],$$

$$(121)\quad \varphi_{cII}\left(\frac{\Omega_0^2\,e^{-2\Gamma\Delta}}{2\,\omega_r\zeta_{II}}\right)+\varphi_{cI}\left(1-\frac{\Omega_0^2}{2\,\omega_r\zeta_I}\right) = \frac{-\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r}\left[\frac{E_{zLII}}{\zeta_{II}}e^{-2\Gamma\Delta}-\frac{E_{zLI}}{\zeta_I}\right].$$

Si le champ de l'onde progressive qui se propage dans la ligne est nul, la condition de compatibilité des équations s'écrit

$$(124)\quad \left(1+\frac{\Omega_0^2}{2\zeta_{II}\omega_r}\right)\left(1-\frac{\Omega_0^2}{2\zeta_I\omega_r}\right)+\frac{\Omega_0^4}{4\zeta_I\zeta_{II}\omega_r^2}e^{-4\Gamma\Delta}=0,$$

soit

$$(125)\quad 1+\frac{\Omega_0^4}{4\zeta_I\zeta_{II}\omega_r^2}(e^{-4\Gamma\Delta}+4\Gamma\Delta-1)=0$$

et, en réduisant au même dénominateur,

$$(145)\quad 4\zeta_I\zeta_{II}\omega_r^2+\Omega_0^4(e^{-4\Gamma\Delta}+4\Gamma\Delta-1)=0.$$

D'après la relation (86), la valeur de ζ est pour le bord inférieur du faisceau ($X_0=-\Delta$)

$$(146)\quad \zeta_{X_0=-\Delta}=\zeta_I=v_{00}\left[K'_e-\Gamma+\frac{\Gamma}{v_{00}}\,\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}\Delta\right]$$

et pour le bord supérieur ($X_0=+\Delta$)

$$(147)\quad \zeta_{X_0=\Delta}=\zeta_{II}=v_{00}\left[K'_e-\Gamma-\frac{\Gamma}{v_{00}}\,\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}\Delta\right].$$

En posant, comme précédemment,

$$\alpha=\frac{\Omega_0^2\,\Gamma\Delta}{\omega_r v_{00}},$$

on a

$$(148)\quad \zeta_I=v_{00}[K'_e-\Gamma+\alpha],$$

$$(149)\quad \zeta_{II}=v_{00}[K'_e-\Gamma-\alpha]$$

et l'équation (149) s'écrit

$$(150)\quad (K'_e-\Gamma)^2+\alpha^2\left[\frac{e^{-4\Gamma\Delta}+4\Gamma\Delta-1-4\Gamma^2\Delta^2}{4\Gamma^2\Delta^2}\right]=0.$$

Si l'on désigne par a l'expression qui multiplie le terme α^2,

$$(151)\quad a=\frac{e^{-4\Gamma\Delta}+4\Gamma\Delta-1-4\Gamma^2\Delta^2}{4\Gamma^2\Delta^2},$$

la condition de compatibilité des équations (120)

et (121), lorsque le champ de la ligne est nul, prend la forme

$$(152)\qquad (K_e' - \Gamma)^2 + a\alpha^2 = 0.$$

La constante de propagation des ondes étant très voisine de la constante de propagation K_e', relative aux électrons, on peut admettre que

$$(153)\qquad \Gamma\Delta \# K_e'\Delta.$$

Sur la figure 1 on a représenté la courbe $a = f(K_e'\Delta)$. On voit que lorsque $K_e'\Delta$ tend vers zéro, a tend vers l'unité. Dans ce cas, l'équation (152) s'écrit comme il a été indiqué dans la première partie de cet article où l'on utilisait un développement en série au deuxième ordre du terme $e^{-4\Gamma\Delta}$ [éq. (128)]

$$(128)\qquad (K_e' - \Gamma) + \alpha^2 = 0,$$

soit

$$(129)\qquad \Gamma_{1,2} = K_e' \pm j\alpha.$$

La fonction a s'annule pour la valeur $K_e'\Delta = 0{,}635$. Les constantes de propagation des ondes Γ_1 et Γ_2 sont donc complexes lorsque $K_e'\Delta$ est inférieur à 0,635.

Lorsque $K_e'\Delta$ est supérieur à 0,635, les constantes de propagation Γ_1 et Γ_2 sont réelles (l'effet d'amplification ne se produit plus).

Si l'on revient maintenant aux équations initiales (120), (121) en supposant que les champs de la ligne ne sont pas nuls on obtient les expressions

$$(154)\qquad \xi_{e\,II} = \frac{-\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r H}\Big[E_{zL\,II}\zeta_I - E_{zL\,I}\zeta_{II}\,e^{-2\Gamma\Delta} + \frac{\Omega_0^2 E_{zL\,II}}{2\omega_r}(e^{-4\Gamma\Delta} - 1)\Big].$$

$$(155)\qquad \xi_{e\,I} = \frac{-\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r H}\Big[E_{zL\,II}\zeta_I\,e^{-2\Gamma\Delta} - E_{zL\,I}\zeta_{II} + \frac{\Omega_0^2}{2\omega_r}E_{zL\,I}(e^{-4\Gamma\Delta} - 1)\Big]$$

en posant

$$(156)\qquad H = v_{00}^2[(K_e' - \Gamma)^2 + a\alpha^2].$$

Après quelques transformations, on peut écrire

$$(157)\qquad \xi_{e\,II} = \frac{-\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r\zeta_I H}\Big[\zeta_I\zeta_{II}(E_{zL\,II} - E_{zL\,I}\,e^{-2\Gamma\Delta}) + E_{zL\,II}\zeta_I\frac{\Omega_0^2}{2\omega_r}(4\Gamma^2\Delta^2 a + 1)\Big],$$

$$(158)\qquad \xi_{e\,I} = \frac{-\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r\zeta_{II} H}\Big[\zeta_I\zeta_{II}(E_{zL\,II}\,e^{-2\Gamma\Delta} - E_{zL\,I}) + E_{zL\,I}\zeta_{II}\frac{\Omega_0^2}{2\omega_r}(4\Gamma^2\Delta^2 a + 1)\Big].$$

Sur les bords du faisceau, les expressions du champ de la ligne sont données par les relations

$$(159)\qquad E_{zL\,II} = A\,\mathrm{sh}\,\Gamma(x_0 + \Delta),$$

$$(160)\qquad E_{zL\,I} = A\,\mathrm{sh}\,\Gamma(x_0 - \Delta),$$

où le facteur exponentiel $e^{j\omega t - \Gamma z}$ est sous-entendu.

En posant

$$\mathrm{th}\,\Gamma\Delta \# \mathrm{th}\,K_e'\Delta = t \qquad \text{et} \qquad \mathrm{coth}\,\Gamma x_0 \# \mathrm{coth}\,K_e' x_0 = K,$$

on obtient

$$(161)\qquad E_{zL\,II} = A\,\mathrm{sh}\,K_e' x_0\,\mathrm{ch}\,K_e'\Delta(1 + Kt) = E_{zL_{x=x_0}}\mathrm{ch}\,K_e'\Delta(1 + Kt).$$

$$(162)\qquad E_{zL\,I} = A\,\mathrm{sh}\,K_e' x_0\,\mathrm{ch}\,K_e'\Delta(1 - Kt) = E_{zL_{x=x_0}}\mathrm{ch}\,K_e'\Delta(1 - Kt).$$

D'après les relations (108) et (109), les expressions

$$\frac{1}{2}(\delta Y_{II} - \delta Y_I) \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{2}(\delta Y_{II} + \delta Y_I)$$

sont alors données par les équations ci-dessous

$$(163)\qquad \frac{1}{2}(\delta Y_{II} - \delta Y_I) = \frac{E_{zL_{x=x_0}}\,\mathrm{ch}\,K_e'\Delta\,v_{00}}{jB\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)\zeta_I\zeta_{II} H} \times \left\{\left(\alpha + \zeta_0\frac{Kt}{v_{00}}\right)\left[H - \frac{\Omega_0^4}{4\omega_r^2}(e^{-4\Gamma\Delta} - 1 + 4\Gamma\Delta)\right] - \frac{\Omega_0^2}{2\omega_r v_{00}}\zeta_I\zeta_{II}(1 - e^{-2\Gamma\Delta})\right\},$$

$$(164)\qquad \frac{1}{2}(\delta Y_{II} + \delta Y_I) = \frac{E_{zL_{x=x_0}}\,\mathrm{ch}\,K_e'\Delta\,v_{00}}{jB\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)\zeta_I\zeta_{II} H} \times \left\{\left(\alpha Kt + \frac{\zeta_0}{v_{00}}\right)\left[H - \frac{\Omega_0^4}{4\omega_r^2}(e^{-4\Gamma\Delta} - 1 + 4\Gamma\Delta)\right] - \frac{\Omega_0^2 Kt}{2\omega_r v_{00}}\zeta_I\zeta_{II}(1 + e^{-2\Gamma\Delta})\right\}.$$

Ces expressions se simplifient de façon remarquable; en effet, on vérifie que l'on a

$$(165)\qquad \zeta_I\zeta_{II} = H - \frac{\Omega_0^4}{4\omega_r^2}(e^{-4\Gamma\Delta} - 1 + 4\Gamma\Delta).$$

Le produit $\zeta_I\,\zeta_{II}$ *s'élimine donc des relations* (163) et (164). On obtient les expressions cherchées, relatives aux écarts de position des électrons marginaux, sous une forme simple.

$$(166)\qquad \frac{1}{2}(\delta Y_{II} - \delta Y_I) = \frac{E_{zL_{x=x_0}}\,\mathrm{ch}\,K_e'\Delta\,v_{00}}{jB\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)H} \times \left[\frac{\zeta_0 Kt}{v_{00}} + \alpha\left(1 - \frac{1 - e^{-2\Gamma\Delta}}{2\Gamma\Delta}\right)\right],$$

$$(167)\qquad \frac{1}{2}(\delta Y_{II} + \delta Y_I) = \frac{E_{zL_{x=x_0}}\,\mathrm{ch}\,K_e'\Delta\,v_{00}}{jB\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)H} \times \left[\frac{\zeta_0}{v_{00}} + \alpha Kt\left(1 - \frac{1 + e^{-2\Gamma\Delta}}{2\Gamma\Delta}\right)\right].$$

La relation qui exprime l'échange d'énergie entre le faisceau électronique et une onde progressive qui se propage dans la ligne à retard du tube a été donnée précédemment [éq. (96)]

$$(96)\qquad -2j(\Gamma-\Gamma_0)P=\frac{1}{2}\int_S \vec{E}_L^{*}.\vec{i}\,ds.$$

En prenant les mêmes notations que dans la première partie de cet article, cette expression s'écrit sous la forme développée suivante :

$$(168)\qquad \Gamma-\Gamma_0=\frac{j}{2}\,\frac{I_0\Gamma_0^2 R_c}{E_{zL_{x=x_0}}}\,\frac{\operatorname{ch} K'_e\Delta}{\Delta}\times\left[\frac{\delta A_{II}-\delta A_I}{2}+Kt\,\frac{\delta A_{II}+\delta A_I}{2}\right].$$

Si l'on suppose le faisceau très mince, on a

$$\operatorname{ch} K'_e\Delta \# 1,\qquad \frac{\operatorname{th} K'_e\Delta}{\Delta}=\frac{t}{\Delta}\# K'_e.$$

En tenant compte des relations (166) et (167), l'expression précédente s'écrit

$$(169)\qquad (\Gamma-\Gamma_0)H=\left[\frac{I_0\Gamma_0^2 R_c K K'_e}{B\left(1-\frac{\Omega_0^2}{\omega_p^2}\right)v_{00}}\times\frac{\operatorname{sh}2K'_e\Delta}{2K'_e\Delta}\right]v_{00}^2\left(\frac{\zeta_0}{v_{00}}+\alpha b\right),$$

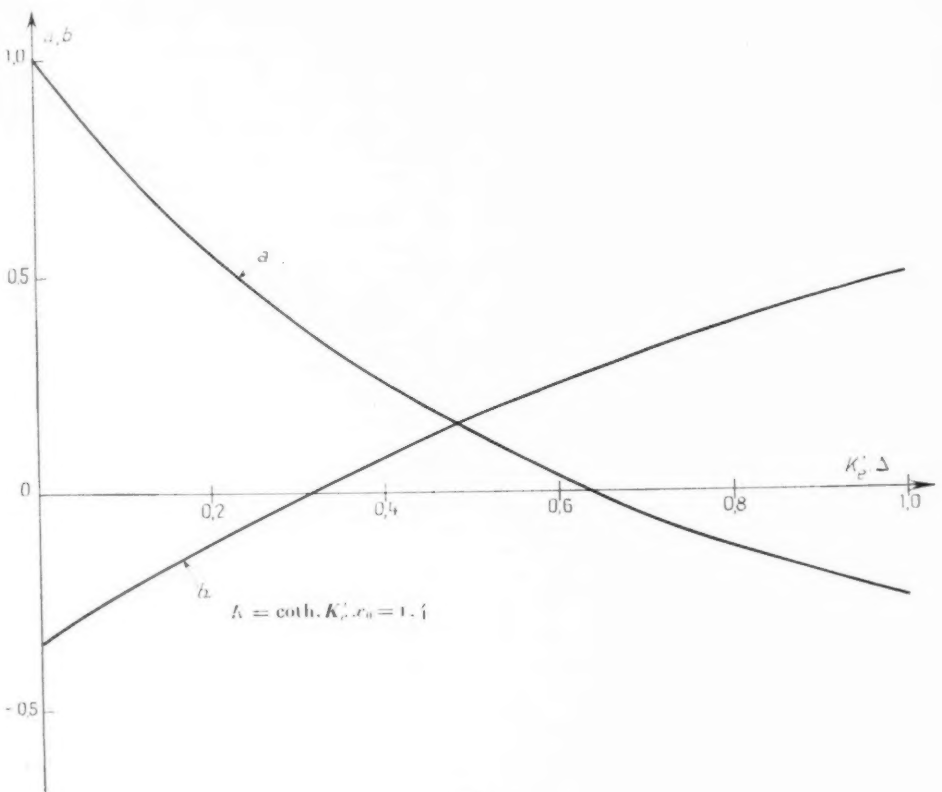


Fig. 1.

où l'on a posé

$$(170)\qquad b=\frac{1}{2Kt}\left[1-\frac{1-e^{-2K'_e\Delta}}{2K'_e\Delta}+K^2t^2\left(1-\frac{1+e^{-2K'_e\Delta}}{2K'_e\Delta}\right)\right],$$

b est fonction de $K'_e\Delta$ et de K. On a représenté la courbe $b=f(K'_e\Delta)$, sur la figure 1 en supposant $K=1,4$.

Par analogie avec le cas étudié précédemment du faisceau mince, on écrira

$$(171)\qquad \gamma_M^2=-\left[\frac{I_0\Gamma_0^2 R_c K K'_e}{B\left(1-\frac{\Omega_0^2}{\omega_p^2}\right)v_{00}}\,\frac{\operatorname{sh}2K'_e\Delta}{2K'_e\Delta}\right],$$

I_0 étant négatif. En remplaçant H et ζ_0 par leurs valeurs tirées des équations (156) et (86), la relation d'échange d'énergie entre le faisceau électrique et les ondes progressives prend la forme

$$(172)\qquad (\Gamma - \Gamma_0)[(\Gamma - K'_e)^2 + a\alpha^2] = \gamma_H^2[(\Gamma - K'_e) - \alpha b].$$

Comme précédemment [éq. (50)] on suppose que la ligne n'a pas de pertes, la constante de propagation de l'onde libre est réelle,

$$(50)\qquad \Gamma_0 = K_0.$$

et l'on pose

$$(135)\qquad (K'_e - K_0)L = \theta.$$

$$(136)\qquad (\Gamma - K'_e)L = \varepsilon.$$

$$(137)\qquad \gamma_H L = \eta.$$

$$(138)\qquad \alpha L = h.$$

Avec ces notations l'équation des constantes de propagation (172) s'écrit :

$$(173)\qquad \varepsilon^3 + \theta\varepsilon^2 + (ah^2 - \eta^2)\varepsilon + \eta^2 hb + a\theta h^2 = 0.$$

Il faut maintenant exprimer les conditions aux limites de l'espace d'interaction en $z = 0$ et $z = L$. L'équation (173) étant du troisième degré, trois relations sont nécessaires. On exprime :

1° que le champ électrique total est nul à l'extrémité de la ligne active, en $z = L$

$$(174)\qquad A_1 e^{-j\varepsilon_1} + A_2 e^{-j\varepsilon_2} + A_3 e^{-j\varepsilon_3} = 0;$$

2° que les potentiels de charge d'espace $\varphi_{e\mathrm{I}}$ et $\varphi_{e\mathrm{II}}$ sont nuls à l'entrée des électrons dans l'espace d'interaction en $z = 0$ ou, ce qui revient au même, que les expressions

$$\frac{1}{2}(\delta\Gamma_{\mathrm{II}} - \delta\Gamma_{\mathrm{I}}) \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}(\delta\Gamma_{\mathrm{II}} + \delta\Gamma_{\mathrm{I}})$$

sont nulles en $z = 0$, soit (¹)

$$(175)\qquad \frac{A_1(\varepsilon_1 + \mu)}{\varepsilon_1^2 + ah^2} + \frac{A_2(\varepsilon_2 + \mu)}{\varepsilon_2^2 + ah^2} + \frac{A_3(\varepsilon_3 + \mu)}{\varepsilon_3^2 + ah^2} = 0.$$

$$(176)\qquad \frac{A_1(\varepsilon_1 + \nu)}{\varepsilon_1^2 + ah^2} + \frac{A_2(\varepsilon_2 + \nu)}{\varepsilon_2^2 + ah^2} + \frac{A_3(\varepsilon_3 + \nu)}{\varepsilon_3^2 + ah^2} = 0.$$

μ et ν désignant deux constantes de valeur différente. Le système des équations précédentes est donc équivalent au système ci-dessous :

$$A_1 e^{-j\varepsilon_1} + A_2 e^{-j\varepsilon_2} + A_3 e^{-j\varepsilon_3} = 0.$$

$$\frac{A_1\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2 + ah^2} + \frac{A_2\varepsilon_2}{\varepsilon_2^2 + ah^2} + \frac{A_3\varepsilon_3}{\varepsilon_3^2 + ah_2} = 0.$$

$$\frac{A_1}{\varepsilon_1^2 + ah^2} + \frac{A_2}{\varepsilon_2^2 + ah^2} + \frac{A_3}{\varepsilon_3^2 + ah^2} = 0.$$

La condition de compatibilité de ces équations s'obtient en annulant le déterminant des coefficients. Après avoir développé l'expression initiale du déterminant, on obtient une relation dans le plan complexe

$$(177)\qquad \begin{aligned} &e^{-j\varepsilon_1}(\varepsilon_1^2 + ah^2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \\ &+ e^{-j\varepsilon_2}(\varepsilon_2^2 + ah^2)(\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \\ &+ e^{-j\varepsilon_3}(\varepsilon_3^2 + ah^2)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = 0. \end{aligned}$$

Ainsi à l'accrochage des oscillations, avec les hypothèses qui ont été faites, le champ électrique guidé par la ligne est représentable par la superposition de trois ondes progressives de constantes de propagation Γ_1, Γ_2, Γ_3 [en raison du changement de notation traduit par la relation (136), celles-ci sont écrites ε_1, ε_2, ε_3]. ε_1, ε_2, ε_3, racines de l'équation (173), doivent être telles que la relation (177) qui traduit les conditions aux limites soit vérifiée.

3. DÉTERMINATION DE L'INTENSITÉ DU COURANT D'ACCROCHAGE ET DE LA FRÉQUENCE DES OSCILLATIONS

La résolution du système constitué par les relations (173) et (177) permet de tracer, pour une valeur donnée des paramètres $K'_e\Delta$ et $K'_e x_0$, les fonctions

$$\eta = f(h) \qquad \text{et} \qquad \theta = g(h).$$

En raison de la possibilité d'échange alterné d'énergie potentielle entre le faisceau et l'onde guidée, les solutions constituent une suite discrète et chaque courbe correspond à une valeur entière de l'indice des modes n.

Les résultats obtenus précédemment lorsque les effets de la charge d'espace sont négligés ($h = 0$) sont résumés dans les équations ci-dessous :

$$\eta = \frac{\pi}{2} + n\pi,$$

$$\theta = 0.$$

On connaît donc les ordonnées à l'origine des courbes $\eta = f(h)$ et l'on sait que $\theta = 0$ pour $h = 0$.

Dans le diagramme de coordonnées (η, h) le point représentatif du fonctionnement du « Carcinotron M », à l'accrochage des oscillations, se trouve sur une des courbes $\eta = f(h)$. Pour le définir complètement, il faut maintenant exprimer que les paramètres η et h sont liés par une deuxième relation. On a, en effet, posé

$$(178)\qquad \eta = \gamma_H L = \left[- \frac{I_0 \Gamma_0^2 R_e K K'_e}{B\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right) V_{00}} \, \frac{\mathrm{sh}\, 2K'_e\Delta}{2K'_e\Delta} \right]^{\frac{1}{2}} L,$$

$$(179)\qquad h = \frac{\Omega_0^2 K'_e \Delta}{\omega_r V_{00}} L,$$

(¹) Dans les relations (141), (142), (143), (144) de l'article précédent, il faut lire h au lieu de α.

Ω_0^2 représentant la pulsation de plasma définie par la relation

$$\Omega_0^2 = \left| \frac{e}{m} \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \right| = \left| \frac{e}{m} \frac{I_0}{\varepsilon_0 v_{00} 2 \Delta d} \right|, \tag{180}$$

où d (¹) désigne la largeur du faisceau parallèlement à la direction du champ magnétique.

Si l'on porte cette valeur de Ω_0^2 dans la relation (179), on trouve

$$h = \left| \frac{e}{m} \frac{I_0}{\varepsilon_0 v_{00} 2 \Delta d} \right| \frac{K'_e \Delta L}{\omega_r v_{00}} = \left| \frac{e}{m} \frac{I_0 K'_e L}{2 \omega_r \varepsilon_0 v_{00}^2 d} \right|, \tag{181}$$

ce qui permet d'éliminer l'intensité du courant du faisceau électronique entre les équations (178) et (181)

$$\eta_i^2 = 2 \Gamma_0^2 R_e v_{00} K \varepsilon_0 \, dL \left(\frac{\mathrm{sh}\, 2 K'_e \Delta}{2 K'_e \Delta} \right) h \frac{1}{\left(1 - \frac{v_{00} h}{\omega_r K'_e \Delta L} \right)}. \tag{182}$$

On peut remarquer que dans les cas pratiques de fonctionnement des tubes, pour le mode fondamental d'oscillations, on a en général $\Omega_0^2 \ll \omega_r^2$. La relation précédente prend alors la forme simplifiée

$$\eta_i^2 = 2 \Gamma_0^2 R_e v_{00} K \varepsilon_0 \, dL \left(\frac{\mathrm{sh}\, 2 K'_e \Delta}{2 K'_e \Delta} \right) h \tag{183}$$

et la courbe correspondante dans le diagramme de coordonnées (η_i, h) est une parabole. On a rassemblé dans le tableau suivant les valeurs numériques des paramètres dans le cas d'un tube réel. Celles-ci sont exprimées dans le système d'unité M. K. S. rationalisé.

f_0 (Mc/s)...	2 500.	2 700.	2 900.	3 100.
ω.........	$15,7 \cdot 10^9$	$17 \cdot 10^9$	$18,2 \cdot 10^9$	$19,5 \cdot 10^9$
v_{00} (m/s)...	$10 \cdot 10^6$	$15 \cdot 10^6$	$17,6 \cdot 10^6$	$19,7 \cdot 10^6$
K'_e (m^{-1})..	$1,21 \cdot 10^3$	$1,13 \cdot 10^3$	$1,03 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$
x_0 (m)....	$0,8 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-3}$
K.........	1,32	1,39	1,48	1,51
$\Gamma_0^2 R_e$ ($\Omega . m^{-2}$)	$33,8 \cdot 10^4$	$33,8 \cdot 10^4$	$55,4 \cdot 10^4$	$65,3 \cdot 10^4$

$$L_m = 0,15, \qquad d_m = 0,015.$$

On a tracé sur la figure 2 les paraboles qui correspondent aux quatre fréquences d'oscillations choisies. On voit que lorsque la fréquence croît, le « paramètre » des paraboles croît.

Le point de fonctionnement du « Carcinotron M », à l'accrochage des oscillations, se trouve à l'intersection de la courbe qui représente la relation (182) — courbe que l'on a assimilée à une parabole pour le mode fondamental — et de la courbe $\eta_i = f(h)$ calculée à partir du système des relations (173) et (177).

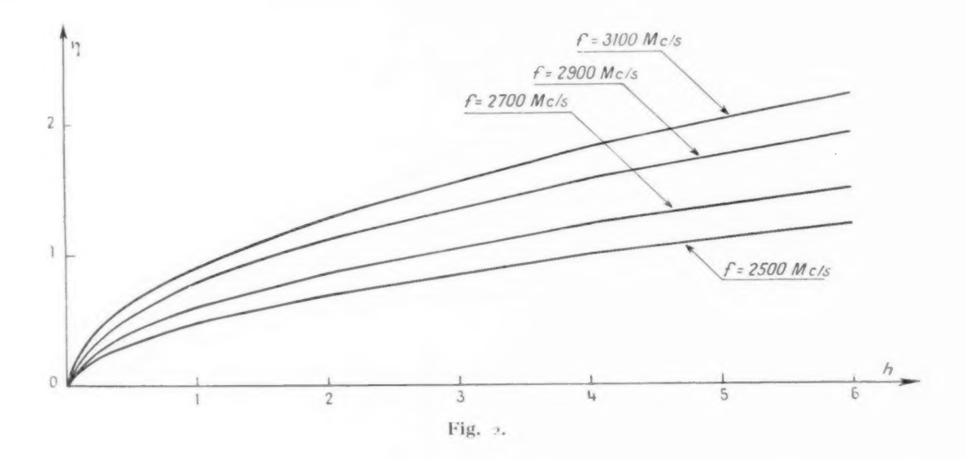


Fig. 2.

4. RÉSOLUTION NUMÉRIQUE DU SYSTÈME DES RELATIONS (173) ET (177).

La résolution numérique du système des relations (173) et (177) ne se présente pas pratiquement de façon simple. On peut d'abord envisager de traiter le cas où b est nul.

Les résultats numériques obtenus par MM. Garnier

(¹) Cette largeur a été désignée précédemment par h. On a changé de notation pour éviter une confusion avec le terme αL noté h.

et Candelon (¹) dans ce cas particulier sont les suivants :

4.1. Mode fondamental ($n = 0$).

Pour $h = 0$, les racines sont données par les équations

$$\varepsilon_{1,3} = \pm \frac{\pi}{2}, \qquad \varepsilon_2 = 0.$$

Pour $h \leq 2,35$, les trois racines ε_1, ε_2, ε_3 sont réelles.

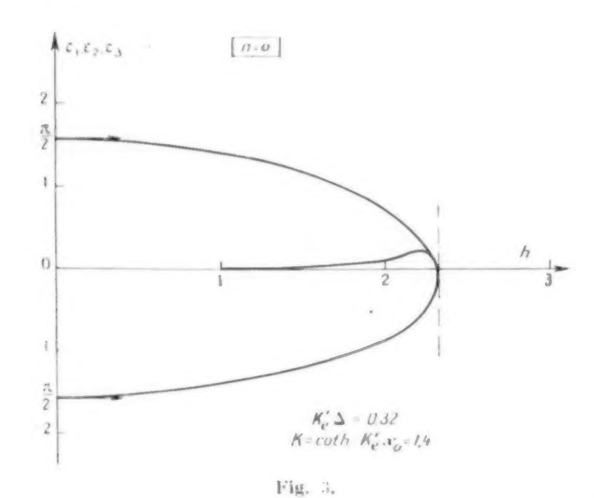


Fig. 3.

Pour $h > 2,35$, l'une des racines est réelle, les deux autres sont imaginaires conjuguées (*fig.* 3). α décroît constamment lorsque h croît (*fig.* 5).

4.2. Premier mode supérieur ($n = 1$).

Pour $h = 0$, les trois racines sont données par les équations

$$\varepsilon_{1,3} = \pm \frac{3\pi}{2}, \qquad \varepsilon_2 = 0.$$

Pour $h \leq 3,16$, les trois racines sont réelles.

Pour $h > 3,16$, l'une des racines est réelle, les deux autres sont imaginaires conjuguées (*fig.* 4). α croît légèrement pour les faibles valeurs de h, puis décroît rapidement lorsque l'on passe dans la zone où deux des racines sont complexes (*fig.* 5).

En ce qui concerne θ, les courbes obtenues sont tracées sur la figure 6.

(¹) Département : « Calculateur électronique » du Centre de Recherches techniques de la Compagnie générale de T. S. F.

Pour le mode fondamental ($n = 0$), θ reste voisin de 0 jusqu'à $h \sim 2,5$, puis devient négatif.

Pour le premier mode supérieur ($n = 1$), θ est d'abord positif. Il s'annule et prend ensuite une valeur négative assez élevée.

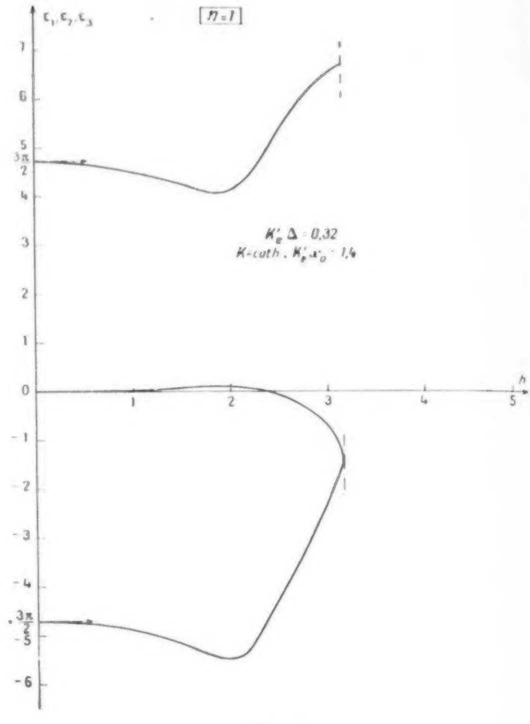


Fig. 4.

Dans le cas d'un tube réel le produit $K'_e\Delta$ n'est pas connu avec précision (on peut l'estimer à 0,4 pour le tube étudié). A titre indicatif, on peut donc comparer les résultats expérimentaux relatifs au mode fondamental et les résultats qu'indique le calcul numérique ci-dessus où l'on a admis la valeur zéro pour le paramètre b, soit $K'_e\Delta = 0,36$.

Lorsque la fréquence d'oscillation du tube croît, d'après l'analyse théorique, le point de fonctionnement du tube se déplace vers la gauche sur la courbe $\alpha = f(h)$. Le courant d'accrochage doit donc augmenter. Cette propriété est bien celle que l'on observe sur les tubes réels.

La différence entre la constante de propagation de l'onde libre et la constante de propagation des électrons (paramètre θ) est très faible pour le mode fondamental lorsque $h < 3$, ce qui correspond à des

valeurs de h que l'on a en pratique. La différence que l'on peut mesurer expérimentalement est toujours faible.

Enfin, les courbes tracées pour le mode fondamental d'oscillation et le premier mode supérieur laissent prévoir un écart de fréquence important (plusieurs dizaines de mégacycles par seconde); c'est bien ce que l'on observe expérimentalement.

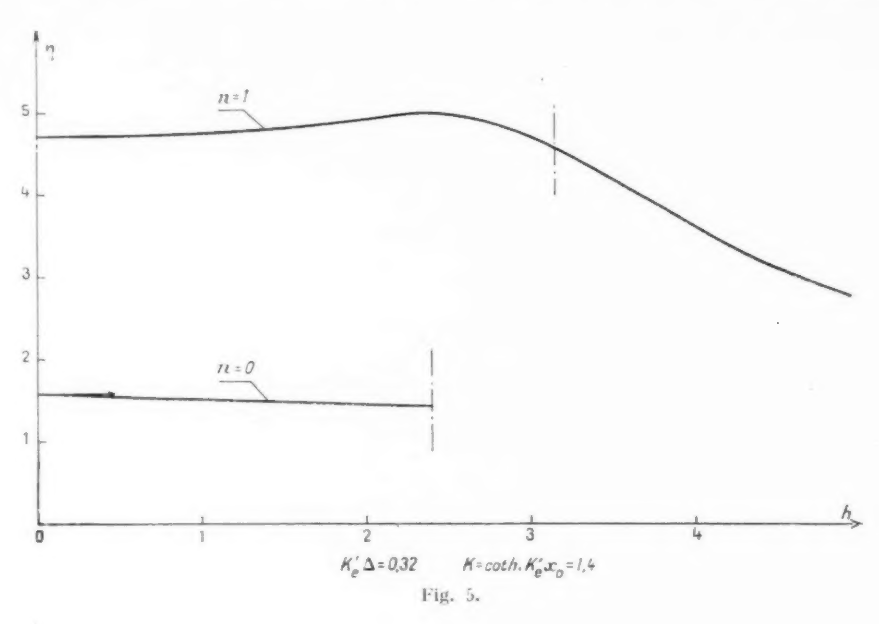


Fig. 5.

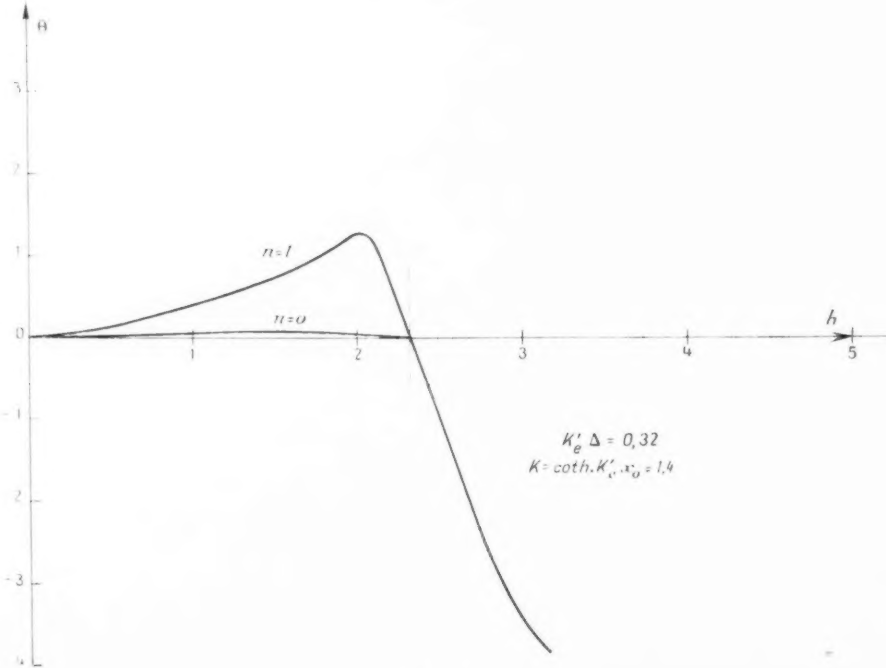


Fig. 6.

CONCLUSION.

On peut considérer que l'analyse approchée du fonctionnement du « Carcinotron M », qui a été exposée, tient compte sous une forme à peu près convenable des effets de la charge d'espace dans la mesure où l'hypothèse des trajectoires électroniques rectilignes, en régime statique, est justifiée.

Une comparaison plus exacte des résultats de la présente théorie et des mesures expérimentales pourra être faite lorsque l'on aura déterminé les courbes

$$\eta_1 = f(h) \qquad \text{et} \qquad \theta = g(h)$$

pour des valeurs diverses des paramètres $K_e \Delta$ et $K_e x_0$. Le cas examiné dans cet article correspond à un choix particulier de ces paramètres.

MESURE DES PARAMÈTRES DÉTERMINANT LE FONCTIONNEMENT DES TRANSISTORS EN HAUTE FRÉQUENCE (¹)

ÉLÉMENTS DU SCHÉMA ÉQUIVALENT « NATUREL »

Par J. RIETHMÜLLER,

Département « Recherches Physicochimiques »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *Parmi les nombreux schémas équivalents pouvant représenter un transistor, un seul a ses éléments pratiquement indépendants de la fréquence, parce qu'il correspond aux phénomènes physiques.*
Le présent article expose les méthodes utilisées au Laboratoire de mesure des éléments semi-conducteurs pour déterminer les éléments du schéma équivalent « naturel » et donne une description sommaire des appareils qui ont été construits en vue de ces mesures. Quelques résultats de mesures sont fournis.
La comparaison entre grandeurs calculées à partir des éléments du schéma équivalent et grandeurs mesurées directement donne une confirmation satisfaisante de la validité du schéma équivalent « naturel » et des méthodes de mesure employées (C. D. U. : 621.314.7).

Summary. — *Among the numerous equivalent circuits capable of representing a transistor, one only has its elements practically independent of frequency, because it corresponds to the physical phenomena.*
This author describes the methods utilised in the measurements Laboratory for semi-conductor elements in order to determine the « natural » equivalent circuit elements and gives a brief description of the devices which have been built for these measurements. A few results of measurements are given.
Comparison between values calculated from the equivalent circuit elements and values measured directly provides a satisfactory confirmation of the validity of the " natural " equivalent circuit and of the methods of measurement utilised (U. D. C. : 621.314.7).

1. INTRODUCTION.

Dans un précédent article paru dans cette même revue [1], M. J. P. Vasseur a montré tout l'intérêt que présente, pour la prévision des propriétés des transistors, le schéma équivalent « naturel ».

Ce schéma équivalent se distingue des très nombreux autres schémas équivalents par le fait qu'il est déduit de la constitution physique du transistor et des phénomènes qui s'y passent [2], [3]. En conséquence, ses éléments correspondent à des réalités physiques et sont pratiquement indépendants de la fréquence.

La figure 1 représente le schéma équivalent « naturel » pour un transistor monté en émetteur commun.

Le schéma est simplifié par l'omission d'une faible inductance en série avec $g_{..}$; cette inductance n'atteint une valeur notable qu'aux fréquences très élevées auxquelles le transistor n'a presque plus d'amplification. On peut donc la négliger.

A des fréquences encore plus élevées, la représentation du processus de diffusion ne peut plus se faire sous la forme simplifiée d'une capacité et il faudrait reprendre la forme initiale de la ligne à retard dissipative, ce qui limiterait beaucoup l'utilité d'un tel schéma équivalent, les calculs devenant trop compliqués. Mais il faut remarquer que dans

---

(¹) Manuscrit reçu le 22 mai 1956.

ce domaine de fréquences, le gain en puissance du transistor devient inférieur à l'unité et qu'il ne peut plus ni amplifier ni même osciller.

On peut donc dire que dans toute la gamme de fréquence où il est susceptible d'être utilisé, le transistor peut être représenté par le schéma équivalent « naturel » simplifié de la figure 1.

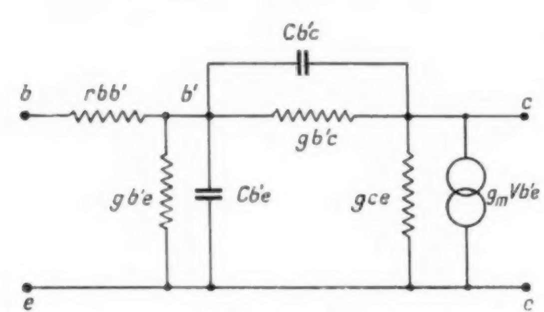


Fig. 1. — Schéma équivalent « naturel » pour un transistor monté en émetteur commun.

Les renseignements fournis par ce schéma sont très utiles pour le calcul des circuits devant utiliser au mieux un transistor donné.

Ils sont également d'un grand intérêt pour ceux qui fabriquent les transistors et ceux qui étudient de nouveaux modèles : en effet, les différentes constantes physiques du germanium utilisé, les dimensions géométriques, les divers traitements influent sur les éléments du réseau, d'une manière souvent spécifique.

Il est donc d'un grand intérêt de disposer de méthodes et d'appareils permettant une mesure rapide, simple et précise des éléments du schéma équivalent « naturel » des transistors. C'est dans ce but qu'a été réalisé l'ensemble d'appareils dont nous allons donner une description sommaire.

2. PRINCIPE DES MESURES.

Le réseau comprend sept éléments : cinq résistances ou conductances et deux réactances qui sont des capacités.

Il faudra donc sept mesures indépendantes pour en déterminer tous les éléments.

Les termes résistifs pourraient se déduire de mesures faites exclusivement à basse fréquence, si le transistor réel ne comprenait la résistance $r_{bb'}$, extérieure au « transistor intrinsèque » commençant au point b'.

Cette résistance n'est accessible qu'à l'aide de mesures faites en fréquence plus ou moins élevée, suivant la méthode employée. Plusieurs groupes différents de mesures peuvent être employés et conduire au but. Ils ont tous leurs avantages et leurs inconvénients.

Le groupe de mesures que nous avons choisi est le suivant :

— Mesurer à basse fréquence les quatre paramètres h du transistor, dans le montage émetteur commun;

— Mesurer $r_{bb'}$ en haute fréquence;

— A partir de ces cinq mesures, calculer les cinq résistances ou conductances figurant sur le schéma équivalent;

— Enfin, deux mesures spéciales donnent les deux capacités.

Ce mode opératoire nous a semblé le meilleur, parce qu'il comprend et utilise la mesure des paramètres h d'un très large usage pour caractériser les propriétés d'un transistor en basse fréquence. On a donc là une partie des mesures directement comparables aux données publiées par les fabricants et utilisées par de nombreux laboratoires.

2.1. Définition des paramètres h.

La définition des paramètres h d'un quadripôle linéaire quelconque est donnée par les deux équations

$$v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2,$$
$$i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2.$$

Si l'on traduit en phrases ces équations, on obtient les définitions suivantes :

h_{11} est l'impédance d'entrée lorsque la sortie est en court-circuit;

h_{12} est le gain inverse en tension lorsque l'entrée est en circuit ouvert;

h_{21} est le gain direct en courant lorsque la sortie est en court-circuit;

h_{22} est l'admittance de sortie lorsque l'entrée est en circuit ouvert.

Dans le cas d'un organe réel, lampe ou transistor par exemple, ces paramètres n'ont de sens qu'autant que le fonctionnement peut être considéré comme linéaire, c'est-à-dire dans le cas des « petits signaux ». Les paramètres dépendent du point de fonctionnement auquel ils sont mesurés; il faut donc fixer soigneusement ce point de fonctionnement si l'on veut que les mesures aient un sens.

Si l'on fait varier la fréquence du signal servant

à la mesure des paramètres, on s'aperçoit, en partant des fréquences les plus basses, que les paramètres h sont tout d'abord des quantités réelles, dépourvues de terme imaginaire. Dans ce domaine de « basse fréquence », h_{11} est une résistance, h_{22} est une conductance, h_{12} et h_{21} sont de simples rapports.

Si l'on fait croître la fréquence, des termes imaginaires s'ajoutent aux termes réels et les paramètres h sont alors des quantités complexes, caractérisées par un module et un argument.

Les mesures faites dans ces conditions sont assez délicates et surtout très péniblement exploitables.

Dans le cas présent, nous ne nous intéressons qu'à la partie réelle des paramètres h et nous faisons donc en conséquence les mesures à fréquence assez basse pour n'être aucunement gênés par les termes réactifs. Ceci nous impose d'ailleurs de descendre très bas en fréquence, comme nous le verrons plus loin.

2.2. Relations entre les paramètres h et les éléments résistifs du réseau.

Ces relations sont fort simples, mais elles supposent connu $r_{bb'}$ qui nécessite une mesure spéciale.

On a, entre les paramètres h, mesurés dans le montage émetteur commun et les éléments résistifs du schéma équivalent naturel les relations suivantes

$$g_{b'e} = \frac{1}{h_{11} - r_{bb'}},$$
$$g_{b'c} = h_{12} g_{b'e},$$
$$g_m = h_{21} g_{b'e},$$
$$g_{ce} = h_{22} - h_{12}(h_{21} + 1) g_{b'e}.$$

g_m est une conductance mutuelle analogue à la pente des lampes. Son emploi en basse fréquence est peu répandu, parce que l'on connaît plus directement le courant de signal injecté dans la base que la tension entre l'émetteur et le point b' inaccessible.

On préfère donc utiliser à basse fréquence $h_{21} = \beta$ = gain direct en courant

$$i_c = \beta i_b.$$

Lorsque la réactance de $C_{b'e}$ commence à intervenir, la relation entre i_c et i_b n'est plus aussi simple. On peut admettre que β conserve sa valeur, mais en spécifiant que l'intensité amplifiée par ce facteur est seulement la fraction $i_{rés}$ de i_b qui traverse la conductance $g_{b'e}$, la fraction i_{cap} qui traverse la capacité étant perdue pour l'amplification. Il est facile de voir que cela revient exactement au même que l'usage de g_m, puisque

$$g_m = h_{21} g_{b'e} = \beta g_{b'e}$$

(la valeur de h_{21} ou β étant celle mesurée à basse fréquence)

$$V_{b'e} = i_{rés} \frac{1}{g_{b'e}},$$
$$i_c = g_m V_{b'e} = \beta g_{b'e} i_{rés} \frac{1}{g_{b'e}} = \beta i_{rés}.$$

3. MESURE DES PARAMÈTRES h.

La mesure des paramètres h se fait très bien par une méthode générale, simple et conduisant à des appareils à lecture directe. Cette méthode est l'application de la définition du paramètre.

Avant de donner quelques détails sur chacune des quatre mesures, nous ferons quelques remarques plus générales.

3.1. Polarisation du transistor.

Pour les mesures de paramètres h, les entrées doivent être en circuit ouvert et les sorties court-circuitées.

La deuxième condition est très facile à remplir, car l'impédance de sortie est très élevée et l'on peut, si besoin est, introduire une résistance de l'ordre de 100 Ω ou supérieure dans le circuit du collecteur sans perturber la mesure. La première condition est moins facile, d'autant plus qu'il est nécessaire d'avoir dans le circuit de base une résistance ohmique aussi faible que possible pour des raisons de stabilité du point de fonctionnement. La seule solution convenable est le circuit oscillant de bonne qualité, accordé sur la fréquence de travail et inséré dans la base.

Dans tous nos appareils, le transistor est alimenté à partir de deux sources indépendantes : une source de courant quasi constant (mais réglable) alimente l'émetteur, qu'un très gros condensateur met à la masse; une source de tension de faible résistance interne et réglable alimente le collecteur. Un dispositif spécial empêche la charge, sous tension élevée, du gros condensateur d'émetteur lorsqu'on enlève le transistor (danger mortel pour le suivant).

Tous nos appareils sont prévus pour accepter les transistors p. n. p. et les transistors n. p. n.

3.2. Fréquences de travail.

La fréquence doit être assez basse pour que les capacités n'interviennent nullement. Ceci impose une

limite dépendant du paramètre mesuré. Pour h_{11} et h_{21}, une fréquence inférieure à 300 c/s convient à tous les cas pratiques; mais pour h_{12} et h_{22} il faut descendre en dessous de 30 c/s pour certains individus parmi les transistors normaux et plus bas encore pour des transistors spéciaux. Nous avons choisi 10 c/s comme fréquence de signal pour la mesure de h_{12} et h_{22}.

3.3. **Groupement des appareils.**

On peut réaliser un appareil unique mesurant les quatre paramètres *h*. Toutefois, nous avons trouvé beaucoup plus commode de répartir les quatre mesures en deux appareils : un appareil pour les paramètres d'entrée et de transfert direct (h_{11} et h_{21}) et un appareil pour les paramètres de sortie et de transfert inverse (h_{22} et h_{12}). Ceci diminue beaucoup la complexité des commutations, donne des appareils plus maniables et permet, en cas de besoin, d'accroître la rapidité des mesures en mettant un opérateur devant chaque appareil.

3.4. **Tarages.**

Tous ces appareils sont munis de dispositifs de tarage, de sorte que l'on puisse à tout moment vérifier l'exactitude des indications.

3.5. **Mesure de h_{11}** (*fig.* 2).

On injecte un signal d'intensité connue dans la base et l'on mesure la *tension* entre base et émetteur. Grâce à un choix convenable des diverses résis-

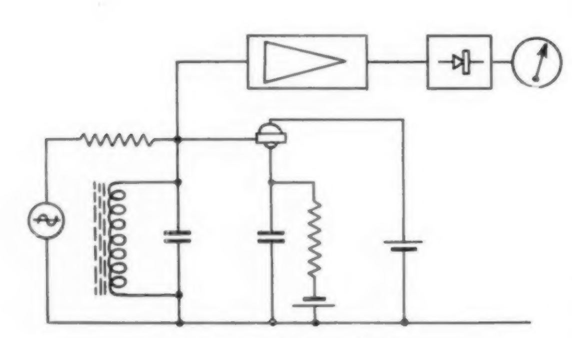


Fig. 2. — Mesure de h_{11}.

tances, l'appareil est à lecture directe. Des atténuateurs permettent d'étendre à tout le domaine utile les gammes de mesure de l'instrument.

3.6. **Mesure de h_{21}** (*fig.* 3).

On injecte un signal d'intensité connue dans la base et l'on mesure l'*intensité du courant* dans le collecteur. Pour la mesure, on insère une faible résistance (10 à 100 Ω) dans le collecteur et la tension

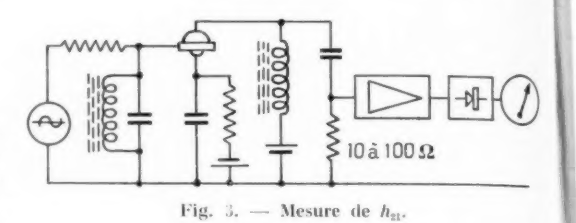


Fig. 3. — Mesure de h_{21}.

aux bornes de cette résistance est amplifiée et mesurée. On peut faire les mêmes remarques que précédemment en ce qui concerne la lecture directe et l'étendue des gammes de mesure.

3.7. **Mesure de h_{22}** (*fig.* 4).

On injecte un signal de tension connue dans le collecteur et l'on mesure l'*intensité du courant* qui passe dans le circuit. Comme on travaille à très basse fréquence (10 c/s) et que l'usage des transformateurs est peu commode à ces fréquences, le géné-

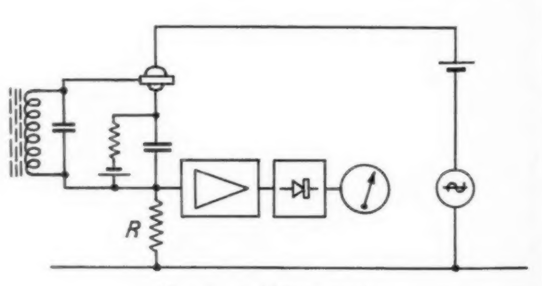


Fig. 4. — Mesure de h_{22}.

rateur a nécessairement un pôle à la masse, ainsi que l'amplificateur de mesure branché aux bornes de la résistance *R*. La seule solution qui nous restait était donc de munir le transistor d'alimentations flottantes, représentées par des piles sur le diagramme. Un soin particulier apporté à ces alimentations nous a permis d'obtenir d'excellentes mesures. La tension du générateur demeurant constante et la chute de potentiel dans *R* étant très petite, le courant dans *R*, et donc cette chute de potentiel, sont proportionnels à la conductance h_{22}. L'appareil est ainsi

à lecture directe. Même remarque que pour h_{11} et h_{21} en ce qui concerne les gammes de mesure.

3.8. **Mesure de** h_{12} (*fig.* 5).

On injecte un signal de tension connue dans le collecteur et l'on mesure la *tension* apparaissant sur la base. La résistance R est supprimée. L'amplificateur de mesure est branché sur la base. Comme pour les appareils précédents, la lecture est directe et des atténuateurs convenables étendent les gammes de mesure dans tout le domaine utile.

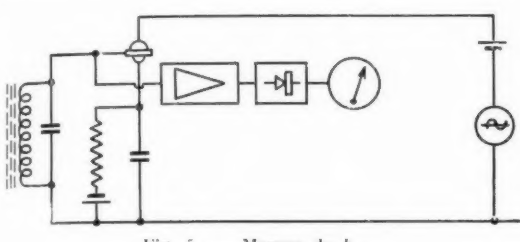


Fig. 5. — Mesure de h_{12}.

4. MESURE DE $r_{bb'}$

Le point b' étant inaccessible, la mesure de $r_{bb'}$ ne peut se faire par les méthodes ordinaires de mesure des résistances.

La méthode qui s'est révélée aux essais comme étant de loin la plus pratique et la plus précise consiste à mesurer l'impédance d'entrée du transistor à une fréquence suffisamment élevée pour que la capacité $C_{b'e}$ se comporte comme un court-circuit. Dans ces conditions, l'impédance d'entrée se réduit à $r_{bb'}$.

Le choix de la fréquence de travail n'est pas indifférent : si cette fréquence est trop petite, la réactance de $C_{b'e}$ n'est pas négligeable et la mesure est inexacte. Si la fréquence est trop élevée, l'inductance des connexions (notamment celle des « pattes » du transistor) commence à faire sentir son influence et la mesure est encore inexacte.

Le domaine optimum de fréquence dépend de la valeur de $r_{bb'}$ et de celle de $C_{b'e}$. Il est donc bon que la mesure puisse s'effectuer à plusieurs fréquences. Nous avons choisi pour notre appareil, les fréquences 2, 4, 8 et 16 Mc/s, qui conviennent très bien pour les transistors actuels. La nécessité de travailler à plusieurs fréquences nous a conduit à fabriquer un appareil comportant un changement de fréquence qui est schématisé sur la figure 6.

Les différents oscillateurs sont stabilisés par quartz afin d'assurer une fixité satisfaisante à la fréquence de battement. L'oscillateur d'injection applique le signal sur la base du transistor par l'intermédiaire d'une résistance de valeur élevée par rapport aux valeurs les plus grandes de $r_{bb'}$, ce qui réalise l'injection d'un courant constant.

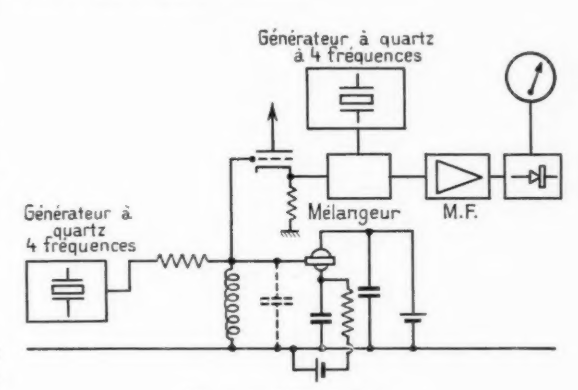


Fig. 6. — Mesure de $r_{bb'}$.

Une inductance accorde les capacités parasites tout en assurant la polarisation du transistor. La tension est reprise sur la base du transistor par un étage à grande impédance d'entrée (cathode follower) et appliquée à l'entrée d'un récepteur à changement de fréquence, à grand gain (ajustable) et à détection linéaire, muni d'un atténuateur de changement d'échelle. La lecture de $r_{bb'}$ est directe. Un dispositif de tarage est incorporé.

De grandes précautions ont été prises pour que les inductances parasites soient réduites au minimum; à l'encontre des capacités parasites, elles ne sont guère compensables et affecteraient la mesure à fréquence élevée de faibles résistances de base.

5. MESURE DE $C_{b'c}$.

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer cette mesure. Nous en avons essayé trois.

Reportons-nous au schéma équivalent de la figure 1 et supposons provisoirement que $C_{b'c}$ est négligeable. A très basse fréquence,

$$h_{12} = \frac{g_{b'c}}{g_{b'e}},$$

ce qui permet de calculer $g_{b'c}$ connaissant h_{12}, h_{11} et $r_{bb'}$.

Si nous faisons croître peu à peu la fréquence de mesure, h_{12} augmente, très lentement d'abord, puis

plus rapidement à cause de la présence de $C_{b'c}$ en parallèle sur $g_{b'c}$.

Désignons par $f_{\mu co}$ la fréquence à laquelle h_{12} a été multiplié par $\sqrt{2}$. On a alors

$$2\pi f_{\mu co} C_{b'c} = g_{b'c},$$

ce qui permet de calculer $C_{b'c}$.

Nous faisons à cette méthode, qui a été recommandée par certains auteurs, deux critiques graves.

La première est d'ordre théorique. Tout le calcul précédent repose sur l'hypothèse que $C_{b'c}$ est négligeable devant $g_{b'c}$. Ceci ne sera vrai que lorsque la fréquence $f_{\mu co}$ sera très inférieure à la fréquence $f_{\beta co}$, à laquelle h_{21} a été divisé par $\sqrt{2}$. Cette condition est évidemment réalisée par la plupart des transistors, mais pour certains modèles spéciaux l'approximation est si grossière que les mesures n'ont plus beaucoup de signification.

L'autre critique est d'ordre pratique. Il est extrêmement délicat d'effectuer de bonnes mesures des paramètres h à fréquence variable d'une manière continue, d'une part en raison de la nécessité d'un circuit accordé dans la base du transistor, d'autre part parce que les faibles niveaux de signal recueillis dans la mesure de h_{12} demandent un amplificateur sélectif pour leur mesure.

Pour éviter ces deux inconvénients, nous avons essayé une méthode plus complexe, mais plus précise.

Supposons que nous ayons déjà mesuré tous les autres éléments du réseau, y compris $C_{b'e}$.

Nous pouvons donc construire un pseudo-transistor, dans lequel nous pourrons d'ailleurs omettre le générateur de courant, qui ne joue aucun rôle dans la mesure de h_{12}, puisqu'on impose une tension aux bornes de sortie, sans se préoccuper du courant absorbé.

Mesurons h_{12} sur le transistor à une fréquence assez élevée pour que la capacité $C_{b'c}$ intervienne nettement; puis remplaçons le transistor par le pseudo-transistor dans lequel un condensateur variable gradué tient lieu de $C_{b'c}$. Il suffira de régler ce condensateur jusqu'à obtenir la même valeur de h_{12}, puis de lire $C_{b'c}$.

Cette méthode est excellente, malheureusement longue, puisqu'il faut ajuster au préalable les six autres éléments du réseau. Elle nécessite aussi que tous les autres éléments aient été mesurés, ce qui peut être parfois une gêne.

Aussi, dans la pratique courante, employons-nous une méthode très simple, basée sur les remarques suivantes, relatives à la nature de la capacité $C_{b'c}$.

Cette capacité est physiquement constituée par une région de très faible conductibilité (barrière de Schottky) séparant deux régions de grande conductibilité (régions base et collecteur). La tension appliquée au collecteur fait varier l'épaisseur de la barrière de Schottky, et donc la capacité qui est proportionnelle à $\frac{1}{\sqrt{v + v_s}}$, v_s étant une constante de l'ordre de 0,5 V pour le germanium.

Le processus de diffusion des porteurs minoritaires ne contribue que pour une très faible part à la capacité $C_{b'c}$. On peut donc en déduire que cette capacité doit être pratiquement indépendante du courant injecté par l'émetteur, ce que l'expérience vérifie. Ceci est toujours vrai lorsque le courant d'émetteur est nul, c'est-à-dire lorsque l'émetteur n'est pas connecté, le transistor n'étant alors considéré que comme la diode formée par le collecteur et la base. Pourvu que cette diode soit polarisée à la tension correspondant au point de fonctionnement du transistor, sa capacité est pratiquement égale à $C_{b'c}$.

De nombreuses mesures faites par ces trois méthodes nous ont montré qu'un bon accord régnait toujours entre la deuxième et la troisième, la première donnant des résultats moins réguliers. La troisième méthode étant beaucoup plus simple à mettre en œuvre, c'est elle que nous avons choisie pour toutes les mesures courantes.

La capacité de la diode peut être mesurée soit au pont, soit au Q-mètre; mais les appareils commerciaux ne conviennent pas, parce qu'ils appliquent une tension alternative trop grande à la diode; la tension alternative ne doit être qu'une petite fraction de la tension continue la plus faible que l'on désire appliquer au transistor. Nous avons donc construit un petit appareil du type Q-mètre, n'appliquant qu'un signal de 0,1 V au transistor. Comme tous les autres appareils de la série, il peut être utilisé pour les transistors p. n. p. et n. p. n. Le condensateur variable a une capacité de 100 pF et deux capacités fixes permettent de mesurer jusqu'à 300 pF.

6. MESURE DE $C_{b'e}$.

La mesure de $C_{b'e}$ peut également être effectuée par plusieurs méthodes.

On peut mesurer le gain de courant (h_{21} ou β) à très basse fréquence, puis faire croître graduellement la fréquence de mesure jusqu'à ce que la valeur de β soit tombée à 3 dB en dessous de sa valeur à très basse fréquence.

Soit $f_{\beta co}$ la fréquence à ce moment

$$2\pi f_{\beta co} C_{b'e} = g_{b'e}.$$

Nous avons formulé à propos de $C_{b'c}$ les critiques à faire aux méthodes demandant une fréquence variable de manière continue. Ces critiques sont valables dans le cas présent, ce qui conduit à écarter cette méthode.

Les méthodes suivantes opèrent par synthèse du réseau d'entrée.

Remarquons, en effet, que la mesure de $C_{b'e}$ peut se faire en considérant seulement trois éléments du réseau. Il suffit de mettre la sortie en court-circuit au point de vue signal. Le générateur de courant et g_{ce} sont court-circuités et disparaissent du réseau. $C_{b'c}$ et $g_{b'c}$ se trouvent mis en parallèle sur $C_{b'e}$ et $g_{b'e}$, modifiant ainsi légèrement leur valeur. Cette modification est négligeable dans la plupart des cas, $C_{b'c}$ et $g_{b'c}$ étant faibles par rapport à $C_{b'e}$ et $g_{b'e}$.

Il est d'ailleurs facile, si c'est nécessaire, de tenir compte de ces éléments qui s'ajoutent simplement.

Donc, dans la mesure de $C_{b'e}$, il nous reste seulement trois éléments à considérer : $r_{bb'}$, $g_{b'e}$ et $C_{b'e}$.

On peut déterminer ces trois éléments à la fois en faisant la synthèse du réseau équivalent d'entrée, par des mesures au pont alimenté par un signal multifréquence (signaux carrés, par exemple).

Nous avons utilisé longtemps cette méthode, dont le schéma est représenté sur la figure 7, avant la construction de l'appareil spécial pour la mesure de $r_{bb'}$. Elle nous donnait en effet à la fois $r_{bb'}$, et $C_{b'e}$.

L'équilibre du pont était constaté, non par un appareil de zéro, difficile à réaliser parce que ses deux extrémités sont des points « chauds », mais à l'aide d'un oscilloscope bicourbe, muni d'amplificateurs à gains bien égaux. On agissait alors sur les deux résistances et la capacité jusqu'à obtenir des traces superposables. On lisait ensuite les trois valeurs.

Cette méthode séduisante se heurte en pratique à quelques difficultés. Par exemple, si la capacité $C_{b'e}$ est faible et si $r_{bb'}$ est faible aussi, il est difficile de mesurer $r_{bb'}$; c'est d'ailleurs pourquoi nous avons construit un appareil spécial pour cette mesure. En outre, les mesures sont longues et pénibles, car on tâtonne sur plusieurs éléments à la fois.

Pour simplifier les manœuvres, nous avons modifié la méthode, tout en conservant la même disposition générale (*fig.* 7), à ceci près que le générateur de signaux carrés est remplacé par un générateur sinusoïdal.

Comme on ne mesure jamais $C_{b'e}$ toute seule, on connaît déjà h_{11} et $r_{bb'}$, donc aussi $g_{b'e}$

$$g_{b'e} = \frac{1}{h_{11} - r_{bb'}}.$$

On peut donc donner d'avance aux éléments résistifs du réseau de synthèse les valeurs correspondant au transistor étudié. Si la fréquence du

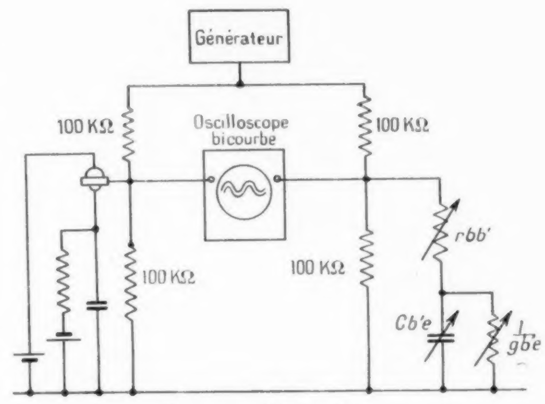


Fig. 7. — Mesure de $C_{b'e}$.

générateur est choisie en sorte que la susceptance de $C_{b'e}$ soit de l'ordre de $g_{b'e}$, le signal recueilli dépend fortement de la valeur de $C_{b'e}$, aussi bien en amplitude qu'en phase.

Il suffit d'agir sur le condensateur variable (ou plutôt la boîte de capacité) pour amener les deux traces en coïncidence, puis de lire la valeur.

Quelques petits problèmes peuvent se présenter lorsqu'on constate qu'il est parfois impossible d'amener les traces en coïncidence à la fois en amplitude et en phase; ceci est dû, soit à de légères erreurs dans les mesures, soit à un petit décalage du point de fonctionnement ou de la température du transistor entre les différentes mesures. A notre avis, de telles incertitudes sont à lever en réalisant la coïncidence des phases, et non celle des amplitudes. La phase dépend surtout de la constante de temps de l'ensemble $C_{b'e}$, $g_{b'e}$. Une faible variation du point de fonctionnement change la valeur de l'admittance d'entrée, mais ne modifie pas la constante de temps. La compensation de la phase conduit donc à une mesure plus exacte.

L'appareillage de mesure de $C_{b'e}$ n'a pas encore été groupé en un seul coffret, comme les appareils précédents. Nous voulons en effet éviter d'incorporer à l'appareil un oscilloscope bicourbe et le remplacer

par un phasemètre convenable. Ce phasemètre est actuellement à l'étude.

7. QUELQUES RÉSULTATS DE MESURE.

Le tableau I réunit les résultats de mesures effectuées sur huit transistors T JN 1, huit transistors T JN 2 et huit transistors « haute fréquence », tous de fabrication C. S. F.

La valeur des conductances présentant une faible signification et se figurant mal sur un schéma équivalent, nous avons préféré porter dans les colonnes les valeurs des résistances correspondantes

$$\frac{1}{g_{b'e}}, \quad \frac{1}{g_{b'c}}, \quad \frac{1}{g_{ce}}.$$

Nous avons conservé la conductance pour g_m qui est une transconductance, comme la transconductance ou « pente » des lampes.

On peut faire sur ces nombres les remarques suivantes :

1° La valeur de g_m est pratiquement constante; c'est une bonne vérification expérimentale de la théorie physique de fonctionnement du transistor, qui prévoit cette constance;

2° Les valeurs de h_{11} varient généralement dans le même sens que h_{21}; c'est également un fait prévisible, h_{11} étant en grande partie formé par $\frac{1}{g_{b'e}}$ et $\frac{1}{g_{b'e}}$ est égale au produit par h_{21} de la résistance d'émetteur;

3° On remarquera la diminution très notable des capacités $C_{b'c}$ et surtout $C_{b'e}$ dans les transis-

TABLEAU I.

Éléments du réseau équivalent « naturel ». Montage émetteur commun.

Point de fonctionnement : $I_e = 1$ mA, $V_{ce} = 5$ V.

Référence.	Type.	h_{11} (Ω).	h_{21}.	h_{12} (10^{-4}).	h_{22} (10^{-6} mho).	$r_{bb'}$ (Ω).	$C_{b'c}$ (pF).	$C_{b'e}$ (pF).	$\frac{1}{g_{b'e}}$ (Ω).	$\frac{1}{g_{b'c}}$ (MΩ).	$\frac{1}{g_{ce}}$ (KΩ).	g_m (10^{-3} mho).
A............	T JN 1	1 470	36	5.1	2.25	200	38	9 500	1 270	2.49	130	28.4
B............	»	1 200	28	5	1.75	220	31	15 000	980	1.96	370	28.6
C............	»	1 080	22	6.8	2.4	350	26	14 000	730	1.07	385	30.1
D............	»	1 450	33	6.4	2.5	390	28	11 000	1 060	1.65	220	31.2
E............	»	1 090	30	2.75	1.35	125	49	12 000	965	3.50	220	31.2
F............	»	1 200	32	3	1.20	115	35	18 000	1 085	3.63	345	29.5
G............	»	1 150	34	2.45	1.15	80	57	14 000	1 070	4.37	285	31.6
H............	»	1 200	25	4.1	1.60	380	30	5 500	820	2.0	330	30.5
J............	T JN 2	3 300	86	6.9	3.0	370	24	6 200	2 930	4.26	105	29.3
K............	»	2 300	67	4.2	2.35	150	42	5 200	2 150	5.13	98	31.2
L............	»	2 200	57	6.5	2.65	285	30	5 500	1 915	2.95	128	30
M............	»	2 850	78	2.9	1.4	150	41	7 500	2 700	9.30	175	29
N............	»	2 200	55	4.3	2.05	290	32	8 600	1 910	4.45	127	28.8
O............	»	2 500	66	2.8	1.45	260	43	6 000	2 240	7.88	167	29.5
P............	»	3 000	84	4.4	2.05	190	37	9 200	2 810	6.37	139	29.9
Q............	»	3 800	92	4.9	2.8	550	28	3 000	3 250	6.63	71	28.3
R............	H. F.	4 200	110	15	6.2	230	20	1 300	3 970	2.64	52	27.6
S............	»	3 600	120	7	2.75	250	24	700	3 350	4.75	435	35.7
T............	»	2 600	80	9.5	4.8	300	16	900	2 300	2.42	69	34.7
U............	»	3 600	92	5.8	5.6	300	11	1 600	3 300	5.7	33	27.6
V............	»	1 995	60	1.5	2.1	195	18	1 300	1 800	12	62.5	33
X............	»	1 840	60	2.1	2.6	240	15	1 400	1 600	7.7	55.5	37.2
Y............	»	2 390	70	1.3	2.3	240	18	1 400	2 150	16.7	52.5	32.2
Z............	»	3 655	90	3.8	6.5	265	18	800	3 400	9	18.2	26.1

tors H. F. par rapport aux transistors courants T JN 1 et T JN 2, les autres grandeurs restant du même ordre.

8. VALIDITÉ DU SCHÉMA ÉQUIVALENT « NATUREL » ET DES MESURES PRÉCÉDENTES.

La validité d'une hypothèse est facile à vérifier si l'on peut confronter le résultat d'un calcul basé sur elle au résultat d'une mesure directe.

Nous avons procédé à des vérifications de ce genre sur les mesures précédentes, ce qui est aisé. En effet, de la structure du réseau équivalent se déduisent, entre autres, les relations suivantes :

Fréquence maximum d'oscillation :

$$f_m = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{g_m}{r_{bb'} C_{b'e} C_{b'c}}};$$

Fréquence de coupure en base à la masse :

$$f_\alpha = \frac{1}{2\pi}\,\frac{g_m + g_{b'e}}{C_{b'e}};$$

Gain maximum adapté à la fréquence f :

$$G_{\max f} = \frac{1}{16\pi^2 f^2}\,\frac{g_m}{r_{bb'} C_{b'e} C_{b'c}}.$$

On peut donc calculer ces grandeurs à partir des éléments du réseau; on peut aussi les mesurer directement. A vrai dire, la mesure de la fréquence maximum d'oscillation est très peu précise, les résultats dépendant du type de l'oscillateur, de la qualité des bobines, etc.; mais les deux autres grandeurs sont susceptibles de mesures assez précises.

Le tableau II confronte les résultats de ces mesures directes aux résultats du calcul effectué à partir des éléments du réseau, pour les 24 transistors figurant au tableau I. La fréquence maximum d'oscillation n'a pas été mesurée, mais l'expérience nous a toujours donné comme limite, des fréquences de l'ordre de grandeur de celles indiquées par le calcul.

Pour les deux autres grandeurs, on voit que la correspondance est bonne, si l'on tient compte de la difficulté des mesures et de la voie très détournée par où l'on atteint certaines grandeurs.

Ainsi se trouve confirmée la validité du schéma équivalent « naturel » et l'indépendance en fonction de la fréquence de ses divers éléments. Les paramètres h_{11} et h_{21} sont mesurés à 175 c/s; les paramètres h_{12} et h_{22} sont mesurés à 10 c/s; $r_{bb'}$ est mesurée à 8 Mc/s; $C_{b'c}$ est mesuré à 40 kc/s et $C_{b'e}$ à 10 ou 30 kc/s; toutes ces grandeurs entrent dans une formule donnant le gain maximum adapté à 100 kc/s ou la fréquence de coupure en base à la terre, de l'ordre du mégacycle par seconde et le résultat du calcul est en général en bon accord avec le résultat de la mesure directe.

TABLEAU II.

Comparaison des résultats des mesures directes de la fréquence de coupure en montage base commune et du gain maximum à 100 kc/s, en montage émetteur commun, avec les résultats du calcul effectué à partir des éléments du réseau équivalent « naturel ».

Référence.	Type.	Fréquence maximum oscillat. calculée (Mc/s).	F_α		Gain maximum à 100 kc/s	
			calculée. (Mc/s).	mesurée. (Mc/s).	calculé. (dB).	mesuré. (dB).
A......	T JN 1	1.57	0.49	0.57	23.9	23.6
B......	»	1.34	0.31	0.35	22.6	21
C......	»	1.22	0.36	0.42	21.8	20.7
D......	»	1.28	0.47	0.58	22.2	21.6
E......	»	1.64	0.43	0.49	24.3	24.1
F......	»	1.60	0.27	0.33	24.1	23.5
G......	»	1.77	0.37	0.43	25	25
H......	»	1.75	0.92	0.93	24.9	24.6
J......	T JN 2	1.83	0.76	0.93	25.3	24.9
K......	»	2.46	0.97	1.08	27.8	28.4
L......	»	2.01	0.88	0.94	26.1	25.4
M......	»	1.99	0.62	0.61	26	25.3
N......	»	1.51	0.54	0.62	23.6	22.8
O......	»	1.67	0.79	0.91	24.5	25
P......	»	1.71	0.52	0.67	24.5	24.8
Q......	»	1.97	1.52	1.50	25.9	25.6
R......	H. F.	5.4	3.98	4.2	41	40
S......	»	7.4	8	7	41.5	41
T......	»	7.2	3.9	5.4	44	42
U......	»	6.4	2.8	3.3	35.6	36.6
V......	»	6.8	3.1	3.05	36.5	36.2
X......	»	6.3	3.3	2.7	37.5	39.4
Y......	»	5.8	3.7	3.7	36.2	38
Z......	»	6.6	5.5	5.4	38.3	40

9. CONCLUSION.

Les méthodes décrites permettent, au moyen de sept mesures relativement simples et de calculs très élémentaires, la détermination des éléments du schéma « naturel » équivalent à un transistor.

Ces éléments sont pratiquement indépendants de la fréquence et permettent de calculer toutes les grandeurs caractérisant le fonctionnement du transistor à une fréquence quelconque, dans toute la bande de fréquence où le transistor peut réellement être utilisé.

L'accord entre les prévisions déduites du schéma équivalent et les mesures directes est très satisfaisant.

L'auteur tient à remercier MM. C. Dugas et J.-P. Vasseur de leurs encouragements et de leurs nombreuses et fécondes suggestions. Il tient aussi à remercier ceux qui l'ont aidé dans la construction des appareils et dans l'exécution des mesures.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] J.-P. Vasseur, *Calcul des circuits utilisant les transistors à jonction aux fréquences élevées* (*Ann. Radioélectr.*, t. 11, n° 44, avril 1956, p. 125).

[2] L. J. Giacoletto, *Study of p. n. p. alloy junction transistors from D. C. through medium frequencies* (*R. C. A. Rev.*, t. 15, décembre 1954, p. 506).

[3] J. Zawels, *The natural equivalent circuit of junction transistors* (*R. C. A. Rev.*, t. 16, septembre 1955, p. 360).

SUR LA THÉORIE DU SPECTROMÈTRE DE MASSE A DÉVIATION DE 90° (1)

PREMIÈRE PARTIE : CHAMP MAGNÉTIQUE IDÉAL

Par D. CHARLES,

Département Recherches « Électronique et Atomistique »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *Dans cette première partie, l'auteur étudie en détail, par des procédés analytiques simples, la formation de l'image en simple et double collection et en particulier l'influence de la largeur de la fente objet, en supposant le champ magnétique idéal et les trajectoires ioniques contenues dans un plan perpendiculaire au vecteur induction de ce champ. Il en déduit la stabilité requise des sources et les limites permises pour l'aberration chromatique.*
Après avoir évalué les aberrations du second et du troisième ordre, il recherche les conditions techniquement les plus simples de correction de l'aberration du second ordre et dans ces cas compare les aberrations du troisième ordre.
Enfin, il considère l'influence des réglages mécaniques et électriques et de la précision de la construction sur la formation des images (C. D. U. : 537.534.72).

Summary. — *In this first part, the author examines in detail, by simple analytical methods, the formation of the image for single and double collection and, more particularly, the influence of the width of the objective slit, on the assumption of an ideal magnetic field and of ionic trajectories contained in a plane perpendicular to the induction vector of this field.*
He deduces the source stability required and the permissible limits for chromatic aberration.
After evaluating the second and third order aberrations, the author examines the technically simplest conditions for correction of second order aberration and, in this case, compares third order aberrations.
Finally, the author considers the influence of mechanical and electrical adjustments and of mechanical precision on image formation (U. D. C. : 537.534.72).

INTRODUCTION.

Faire correspondre à la masse d'un corps, une raie sur un récepteur approprié, et s'en servir pour évaluer cette masse avec précision et l'abondance de cette masse dans un mélange, c'est avoir un appareil « résolvant » les masses comme un spectrographe à lumière résoud les longueurs d'ondes.

L'ancêtre des spectrographes de masse est le dispositif à champs électrique et magnétique parallèles imaginé en 1897 par J. J. Thomson [1] pour l'étude de la nature des rayons cathodiques et utilisé par lui vers 1913 à l'examen des rayons canaux. Mais l'essor véritable de la spectrographie de masse date de la découverte des isotopes prévus par Soddy et dont l'existence a été démontrée avec certitude vers 1920 par Aston [2].

Depuis cette époque, bien des perfectionnements ont été apportés aux premiers spectrographes d'Aston et de Dempster, au point que cet appareil est devenu un instrument indispensable tant aux recherches sur le pétrole qu'à celles du domaine de l'énergie nucléaire [3].

Tous les spectrographes de masse modernes, qu'ils soient destinés à l'analyse qualitative des mélanges ou à la mesure de l'abondance relative de corps isotopes, ont des caractères voisins et l'étude théo-

---

(1) Manuscrit reçu le 24 mai 1956.

rique en a été faite par différents auteurs et par différentes méthodes.

Le problème consiste à étudier comment des ions de quantité de mouvement bien définie dont les trajectoires passent avec des inclinaisons variables à travers une fente longue et étroite sont « focalisés » par l'action — limitée à une zone sectorale — d'un champ magnétique dont l'induction est parallèle à la plus grande dimension de la fente.

Supposer la quantité de mouvement bien définie, c'est dire qu'il y a au moins deux paramètres indépendants : la masse et la vitesse ou la masse et l'énergie cinétique.

Dans les spectrographes pour analyse ou pour détermination de l'abondance isotopique, les appareils sont tels que les ions ont sensiblement tous la même énergie cinétique; ils servent donc à déterminer les masses. L'étude théorique est alors essentiellement un examen des conditions à réaliser pour qu'un faisceau d'ions de même masse et de même énergie, d'ouverture et d'étendue sensibles traversant une fente « objet » converge pour former une « image » après déflection par un champ magnétique uniforme.

Comme en Optique, on peut aborder ce problème par trois voies : soit que l'on établisse des relations trigonométriques entre les différents angles que forment les rayons avec les axes et les dioptres [4], soit que l'on détermine l'imagerie par des constructions purement géométriques [5], soit enfin que l'on fasse appel aux théorèmes généraux de la Mécanique pour déterminer les trajectoires [6].

Dans le cas particulier où le spectrographe de masse dévie le faisceau d'ions d'un angle droit, il est simple d'étudier une partie de l'imagerie en utilisant les ressources de la géométrie analytique et du calcul infinitésimal. Dans ces conditions, il est possible d'obtenir des formules très complètes et d'un emploi plus immédiat que celles que l'on trouve dans les articles cités [4], [5], [6]. Elles font bien comprendre le fonctionnement de l'appareil et elles permettent l'évaluation de toutes les quantités nécessaires à sa construction.

Dans une première partie, on suppose le champ magnétique idéal, c'est-à-dire uniforme et limité, passant brusquement de sa valeur à zéro quand on traverse une de ses limites, et l'on n'étudie que les trajectoires contenues dans un plan perpendiculaire au vecteur induction de ce champ.

Dans une deuxième partie, on considère un champ magnétique réel; on tient alors compte de son débordement quand on sort de ses limites, mais on lui suppose un plan de symétrie et l'on n'étudie que les trajectoires des ions contenues dans ce plan.

Enfin, dans une troisième partie, on ne se limite plus aux trajectoires planes et l'on cherche à déterminer l'imagerie dans toute la complexité de la réalité.

I. CONSTITUTION OPTIQUE DU SPECTROMÈTRE ET RAPPEL DES HYPOTHÈSES.

Sur la figure 1, la zone hachurée limitée aux droites perpendiculaires Ox et Oy est celle où règne un champ magnétique uniforme orthogonal au plan du papier. Quand on traverse les droites Ox ou Oy, le champ passe brusquement à zéro et l'on se limite dans cette première partie aux trajectoires contenues dans le plan de la figure.

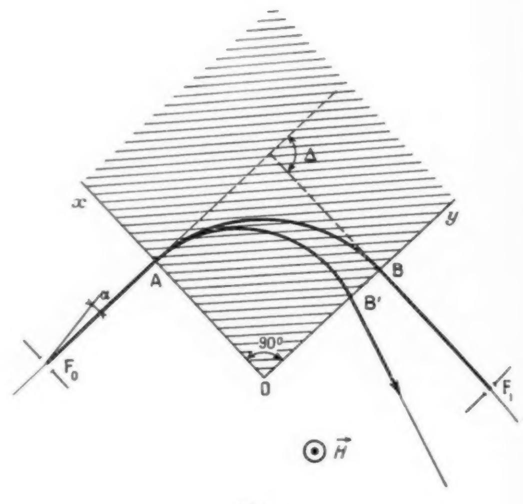


Fig. 1.

En F_0 est une fente rectangulaire dont la plus grande dimension est parallèle au champ magnétique par laquelle passent tous les ions formant un faisceau de demi-ouverture angulaire α.

En fait, dans un spectromètre, en avant de cette fente F_0 se trouvent la source des particules chargées et un système optique convenable formant précisément ce faisceau contenant des trajectoires toutes comprises à l'intérieur de la fente F_0.

Les trajectoires des ions, rectilignes entre F_0 et la face plane de trace Ox sont ensuite circulaires entre les faces de traces respectives Ox et Oy, puis à nouveau rectilignes au-delà de la face de trace Oy (les droites F_0A et F_1B sont perpendiculaires aux

droites Ox et Oy). Dans un spectromètre à déviation de 90°, l'angle ∡ des trajectoires principales F_0A et BF_i est droit.

Au sens de l'optique lumineuse on va montrer que la fente F_0 a dans ce système une image au voisinage de laquelle on place une fente réelle F_i par laquelle passent par principe toutes les trajectoires ayant traversé F_0. Derrière la fente réelle F_i est placée une électrode appelée « collecteur » qui recueille les ions et permet d'en évaluer le nombre.

2. RELATION FONDAMENTALE.

La trajectoire dans le champ magnétique entre A et B est bien circulaire puisque le mouvement d'une particule de masse m, de charge e, de vitesse v dans un champ uniforme d'intensité H est donné par

$$\frac{mv^2}{R} = f = evH. \tag{1}$$

où R est le rayon de courbure de la trajectoire qui est donné d'après (1) par

$$R = \frac{mv}{eH}. \tag{2}$$

Le système entre F_0 et F_i ne comportant aucun champ électrique, la vitesse reste constante et égale à la vitesse initiale, R est donc constant pour une particule de masse et de charge données.

Pour une masse m' plus faible, R sera plus petit — arc AB' de la figure 1 — il y a donc séparation des masses. On peut aussi diminuer H pour garder la même valeur à R et amener la nouvelle masse sur la fente F_i. Ainsi quelle que soit la masse, on peut ajuster H pour que les ions ayant traversé F_0 traversent F_i, le rayon de la trajectoire étant une constante de l'appareil. La relation qui lie la masse au champ magnétique peut prendre deux formes différentes : ou bien on s'arrange à ce que les ions aient la même vitesse quelle que soit leur masse et la relation entre H et m est linéaire; ou bien les ions sont accélérés par une même tension et si l'on appelle V_0 cette tension, on a

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m} V_0}. \tag{3}$$

Toutes les particules ont la même énergie cinétique.

Si l'on porte (3) dans (2), on obtient

$$m = \frac{eR^2}{2V_0} H^2. \tag{4}$$

La masse est proportionnelle au carré du champ. Ce deuxième cas est celui des spectrographes, objet de cette étude.

Si l'on appelle n le degré d'ionisation de l'ion, c'est-à-dire le nombre de charge $+e$ qu'il porte, et M la masse moléculaire, la relation (4) prend la forme usuelle suivante :

$$\frac{M}{n} = \frac{1}{\overline{144}^2} \frac{R^2 H^2}{V_0}, \tag{5}$$

où M est la masse moléculaire en grammes;
n, un nombre (degré d'ionisation);
R, le rayon de courbure en centimètres;
H, le champ magnétique en œrsteds;
V_0, la tension d'accélération des ions en volts.

Par exemple, pour un ion d'un cycloalkane $(C_n H_{2n-6})^+$, avec $n = 24$, on a une masse 330 et pour un rayon de 20 cm et une tension accélératrice de 3 000 V la relation (5) donne $H \# 7\,200$ Oe.

Dans les appareils les plus courants, on prend $R = 15$ ou $R = 20$ cm. Pour ces deux valeurs on peut tracer des abaques permettant la résolution rapide de la relation (5).

3. CALCUL DE LA POSITION DE L'IMAGE DE LA FENTE F_0.

3.1. Relation générale.

On va supposer la fente F_0 se comportant comme une source secondaire, chacun de ses points envoyant des ions dans un angle d'ouverture 2α.

Les notations sont celles de la figure 2.

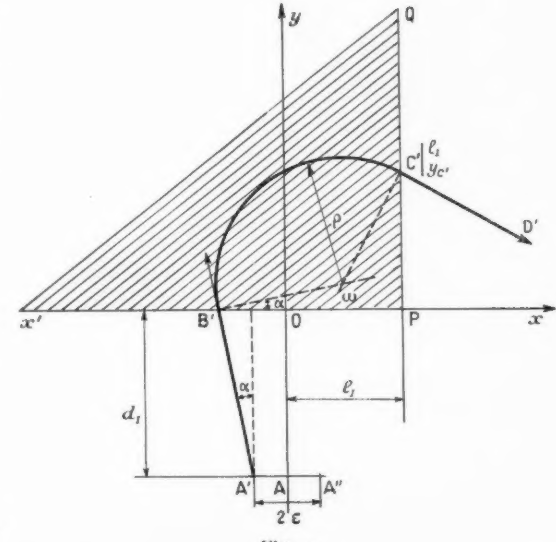


Fig. 2.

Le champ magnétique est limité au quadrant $x'PQ$. La fente F_0 de largeur 2ε est à la distance d_1 de la face d'entrée $x'Px$. La face de sortie est définie par la droite PQ d'équation : $x = l_1$; ρ est le rayon réel de la trajectoire dont le centre est ω. La trajectoire, rectiligne entre A'B', circulaire de B' à C' est à nouveau rectiligne entre C' et D'.

On établit facilement l'équation des droites C'D' de la manière suivante :

Les coordonnées de B' sont

$$[-(\varepsilon + d_1 \operatorname{tg} \alpha),\ 0]$$

et celles de ω

$$[\rho \cos\alpha - (\varepsilon + d_1 \operatorname{tg}\alpha),\ \rho \sin\alpha]$$

quant au point C', $[l_1, y'_c]$.

On détermine y'_c en écrivant que la circonférence d'équation

$$(6)\qquad [x - (\rho\cos\alpha - \varepsilon - d_1 \operatorname{tg}\alpha)]^2 + [y - \rho\sin\alpha]^2 = \rho^2$$

coupe la droite $x = l_1$.

On obtient alors y'_c par un développement en série en fonction de α qui est toujours supposé petit. On pose

$$(7)\qquad y'_c = a + b\alpha + c\alpha^2 + d\alpha^3.$$

Il est commode d'utiliser intermédiairement les variables non indépendantes suivantes :

$$(8)\qquad \begin{cases} u = 2\rho - l_1 - \varepsilon, \\ v = l_1 + \varepsilon, \\ w = \rho - l_1 - \varepsilon. \end{cases}$$

On a alors

$$(9)\qquad \begin{cases} a = \sqrt{uv}, \\ b = \rho + \dfrac{d_1 w}{\sqrt{uv}}, \\ c = \dfrac{\rho}{2uv\sqrt{uv}}(uvw - d_1^2\rho), \\ d = -\dfrac{\rho}{6} - \dfrac{d_1}{\sqrt{uv}}\left[\dfrac{\rho^3}{2uv} - \dfrac{\rho^2 w d_1^2}{2u^2v^2} - \dfrac{w}{3}\right]. \end{cases}$$

L'équation des droites C'D' est alors

$$(10)\qquad y - y'_c = -\frac{l_1 - \rho\cos\alpha + \varepsilon + d_1 \operatorname{tg}\alpha}{y'_c - \rho\sin\alpha}[x - l_1]$$

que l'on peut écrire

$$(11)\qquad \begin{aligned} &y - (a + b\alpha + c\alpha^2 + d\alpha^3) \\ &\quad = -(\bar a + \bar b\alpha + \bar c\alpha^2 + \bar d\alpha^3)(x - l_1), \end{aligned}$$

où

$$(12)\qquad \begin{cases} \bar a = -\dfrac{w}{\sqrt{uv}}, \\ \bar b = \dfrac{\rho^2 d_1}{uv\sqrt{uv}}, \\ \bar c = \dfrac{\rho^2}{2uv\sqrt{uv}}\left[\rho - \dfrac{3d_1^2 w}{uv}\right], \\ \bar d = \dfrac{d_1\rho^2}{uv\sqrt{uv}}\left[\dfrac{1}{3} + \dfrac{d_1^2 - 3w\rho}{2uv} + \dfrac{5w^2d_1^2}{2u^2v^2}\right]. \end{cases}$$

Pour un point quelconque de la fente F_0 et pour une masse choisie, c'est-à-dire ρ fixé, il y a autant de droites C'D' que de valeurs données à α. La relation (11) représente un ensemble de droites dépendant d'un seul paramètre.

3.2. Approximation du premier ordre.

Si dans (11) on limite les développements aux termes en α, et que l'on cherche l'enveloppe des droites en dérivant par rapport au paramètre, on trouve que toutes les droites passent par le point fixe de coordonnées

$$(13)\qquad x = l_1 + \frac{uv\sqrt{uv}}{\rho^2 d_1}\left(\rho + \frac{d_1 w}{\sqrt{uv}}\right),$$

$$(14)\qquad y = \sqrt{uv} + \frac{uvw}{\rho^2 d_1}\left(\rho + \frac{d_1 w}{\sqrt{uv}}\right).$$

On peut donc dire qu'à un point de la fente F_0 correspond au premier ordre un point image dont la position est définie par les relations (13) et (14). Il y a stigmatisme approché et d'autant plus approché que α sera plus petit.

Les relations (13) et (14) sont très générales et sont étudiées plus loin.

On peut déjà remarquer que pour $\alpha = 0$, la déviation Δ au premier ordre ne peut être de 90° que si $\bar a = 0$, c'est-à-dire $w = 0$ ou, d'après (8), $\rho = l_1$, ce qui positionne le centre de la fente F_0 par rapport à la face PQ.

Dans ces conditions, l'image du centre de la fente F_0 est alors définie par

$$(15)\qquad \begin{cases} x = \rho + \dfrac{\rho^2}{d_1}, \\ y = \rho \end{cases}$$

et l'on voit que la droite F_0F_i passe par le point P (*fig.* 3).

Si l'on désire que l'appareil soit symétrique, on choisit $d_1 = \rho$ et l'image du centre de la fente F_0 est définie par

$$(16)\qquad x = 2\rho, \qquad y = \rho.$$

3.3. **Approximation du second ordre.**

On conserve dans (11) les termes en α^2.

Si pour avoir l'enveloppe des droites C'D', on dérive par rapport au paramètre, on obtient le système

$$(17)\quad \begin{cases} y-(a+b\alpha+c\alpha^2)=-(\overline{a}+\overline{b}\alpha+\overline{c}\alpha^2)(x-l_1), \\ x-l_1=\dfrac{b+2c\alpha}{\overline{b}+2\overline{c}\alpha} \end{cases}$$

ou l'on peut éliminer α et avoir l'enveloppe en x, y ou l'on peut exprimer x et y sous forme paramétrique

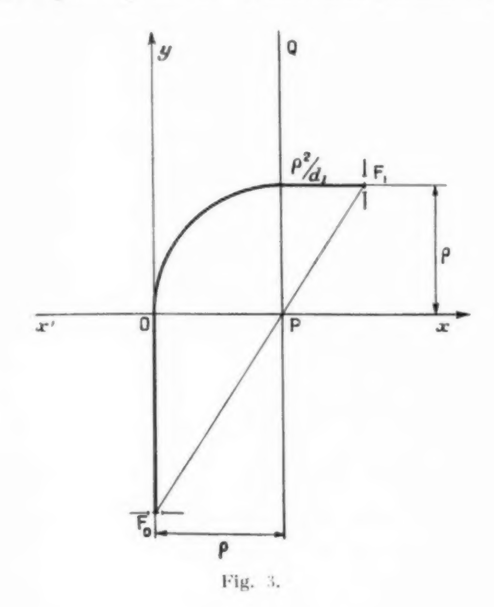


Fig. 3.

en fonction de α. Dans ce dernier cas, on a en explicitant les a, b, c et $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$,

$$(18)\quad \begin{cases} x-l_1=\dfrac{uv}{\rho^2}\,\dfrac{\left[\rho\sqrt{uv}+d_1 w\right]+\left[\rho w-\dfrac{d_1^2\rho^2}{uv}\right]\alpha}{d_1+\left[\rho-\dfrac{3d_1^2 w}{uv}\right]\alpha}, \\ y=\sqrt{uv}+\dfrac{1}{d_1+\left[\rho-\dfrac{3d_1^2 w}{uv}\right]\alpha} \\ \quad\times\left\{\dfrac{uvw}{\rho^2}\left(\rho+\dfrac{d_1 w}{\sqrt{uv}}\right)+\dfrac{w\sqrt{uv}}{\rho}\left(w-\dfrac{d_1^2\rho}{uv}\right)\alpha \right. \\ \quad\quad +\dfrac{1}{2}\left[\left(\rho-\dfrac{3d_1^2 w}{uv}\right)\left(\rho+\dfrac{d_1 w}{\sqrt{uv}}\right)\right. \\ \quad\quad\quad \left.\left.-\dfrac{\rho d_1}{\sqrt{uv}}\left(w-\dfrac{d_1^2\rho}{uv}\right)\right]\alpha^2\right\}. \end{cases}$$

Cette enveloppe touche la droite C'D' correspondant à $\alpha = 0$ aux points dont les coordonnées sont précisément données par (13) et (14) (*fig.* 4).

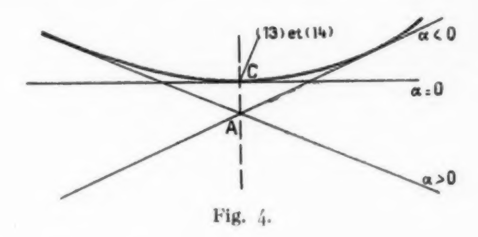


Fig. 4.

La droite C'D' pour $\alpha = 0$ a pour équation

$$y-\sqrt{uv}=\frac{w}{\sqrt{uv}}(x-l_1),$$

où $w = \rho - l_1 - \varepsilon$ est une quantité toujours petite; donc la droite C'D' pour $\alpha = 0$ est toujours très voisine d'un parallèle à Ox.

4. CALCUL DE L'ABERRATION DU SECOND ORDRE.

On vient de montrer qu'il y a stigmatisme approché au premier ordre en α, c'est-à-dire que dans le développement le coefficient du terme en α est nul. Celui du terme en α^2 ne l'est pas; il y a aberration d'ordre 2. C'est ce que montre la figure où le point A d'intersection des droites limites correspondant à $\pm\alpha$ est différent du point C de contact de l'enveloppe.

On peut calculer facilement l'abscisse du point A et l'on trouve qu'elle est précisément celle du point C.

On appellera aberration du second ordre la longueur $\overline{AC}$ que l'on calcule en portant la valeur de x donnée par la relation (13) dans l'équation générale des droites C'D' (11) limitée au second ordre.

On a alors

$$(19)\quad \overline{AC}=S=-\frac{d_1^2(3w^2-\rho^2)+\rho\sqrt{uv}\,(3d_1^2 w-\rho uv)}{2d_1 uv\sqrt{uv}}\,\alpha^2.$$

Si l'on fait dans (19) $\rho = l_1$ et $\varepsilon = 0$, on a

$$(20)\quad S=\frac{d_1^2+\rho^2}{2\rho d_1}\,\alpha^2$$

qui est bien l'expression de Stephens [7] pour ce cas particulier.

Dans le cas symétrique, $d_1 = \rho$, on a

$$(21)\quad S=\rho\alpha^2.$$

Exemple numérique : pour $\rho = 20$ cm et $\alpha = 1°$, on a $S \# 6/100^{\mathrm{e}}$ de millimètre.

5. MINIMUM DE L'ABERRATION DU SECOND ORDRE.

5.1. Calcul de l'aberration minimum.

On a déjà signalé que la déviation ne peut être de 90° que si l'on a $l_1 = \rho$, où ρ est une constante de l'instrument. Dans ce cas, S s'écrit

$$S = \rho \frac{p^3 + 1}{2p} \alpha^2 = \rho \alpha^2 f(p), \tag{22}$$

où l'on pose $p = \frac{d_1}{\rho}$.

$f(p)$ passe par un minimum pour

$$f'_p = \frac{2p^3 - 1}{2p^2} = 0,$$

c'est-à-dire $p = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ et vaut 0,945.

La fente F_0 est alors définie par

$$x = 0,$$
$$y = -d_1 = -\frac{\rho}{\sqrt[3]{2}} = -0{,}795\rho$$

et l'image F_i par

$$x = \rho + \frac{\rho^2}{d_1} = \rho + \rho\sqrt[3]{2} = 2{,}26\rho,$$
$$y = \rho.$$

Ce cas comparé au cas symétrique ($\rho = d_1$), ne donne qu'une diminution de l'aberration du second ordre de 5,5 %.

5.2. Exemples numériques.

Pour $\rho = 20$ cm, le cas symétrique donne (*fig.* 5)

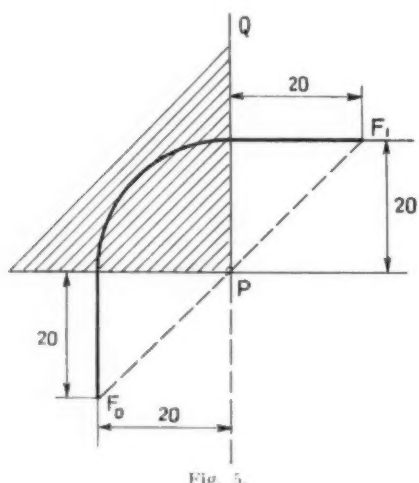


Fig. 5.

$$F_0 \begin{cases} x = 0, \\ y = -20 \text{ cm}; \end{cases} \qquad F_i \begin{cases} x = 40 \text{ cm}, \\ y = 20 \text{ cm}, \\ S = 20\alpha^2 \text{ cm} \end{cases}$$

et le cas de l'aberration minimum (*fig.* 6)

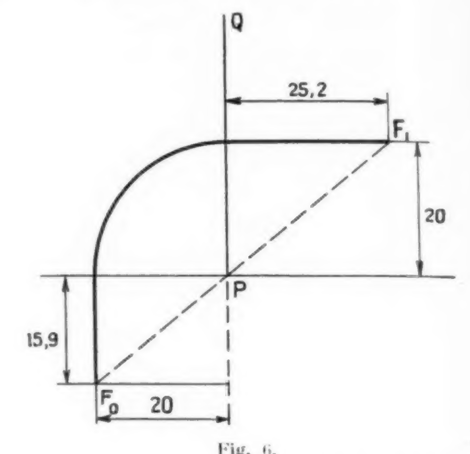


Fig. 6.

$$F_0 \begin{cases} x = 0, \\ y = -15{,}9 \text{ cm}; \end{cases} \qquad F_i \begin{cases} x = 45{,}2 \text{ cm}, \\ y = 20 \text{ cm}, \\ S = 18{,}9\alpha^2 \end{cases}$$

6. INFLUENCE DE LA LARGEUR DE LA FENTE OBJET.

6.1. Cas général.

La largeur de la fente objet est en général de l'ordre de quelques 1/10e de millimètre. On peut donc considérer le rapport de cette demi-largeur au rayon ρ comme un infiniment petit et poser

$$\frac{\varepsilon}{\rho} = n, \tag{23}$$

n étant positif pour un bord de la fente et négatif pour l'autre.

Limitons-nous au cas pratique où $\rho = l_1$ (déviation de 90°). On a alors :

$$\begin{cases} u = \rho(1 - n), \\ v = \rho(1 + n), \\ w = -\rho n. \end{cases} \tag{24}$$

Si l'on porte les relations (24) dans (13), (14) et (19) en développant et en se limitant au premier ordre en n, on a pour la position de l'image de la fente F_0 et pour l'aberration d'ordre 2

$$\begin{cases} x = \rho + \dfrac{\rho^2}{d_1} - \rho n, \\ y = \rho - \dfrac{\rho^2}{d_1} n, \\ S = \left[\dfrac{d_1^3 + \rho^3}{2\rho d_1} + \dfrac{3d_1}{2} n \right] \alpha^2. \end{cases} \tag{25}$$

L'image a pour dimension

$$2\varepsilon\sqrt{1+\left(\frac{\rho}{d_1}\right)^2}, \qquad (26)$$

la racine représentant donc le grandissement du système optique.

6.2. Cas symétrique.

Si l'on prend le cas symétrique, qui est le plus courant : $d_1 = \rho = l_1$,

$$(27)\qquad \begin{cases} x = 2\rho - \rho n, \\ y = \rho - \rho n, \\ S = \rho\alpha^2 + \frac{3}{2}\rho n \alpha^2 \end{cases}$$

et grandissement $= \sqrt{2}$.

L'image est donc renversée et à 45° par rapport aux axes. Sa projection sur Oy a pour grandeur 2ε (*fig.* 7).

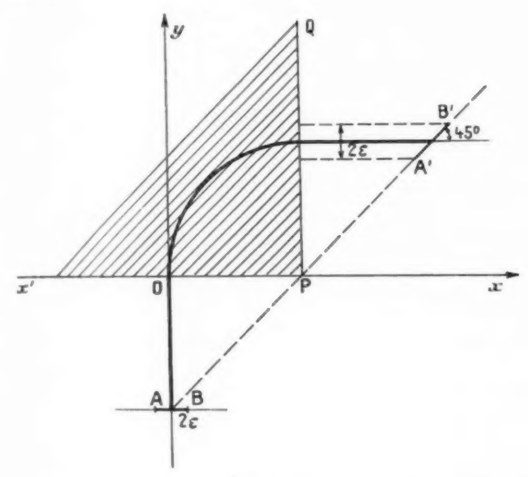


Fig. 7.

Donc si l'on néglige l'aberration du second ordre, la projection de l'image de la fente objet sur Oy est égale à la largeur de la fente objet.

On peut aussi tenir compte de l'aberration du second ordre, comme le montre la figure 8.

La largeur apparente est alors

$$2\varepsilon + \rho\left(1 + \frac{3n}{2}\right)\alpha^2.$$

6.3. Exemple numérique.

Soit le cas symétrique

$$d_1 = l_1 = \rho = 20 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad \alpha = 1°,$$

largeur apparente :

$$2\varepsilon + \frac{6}{100} + 0{,}0004\,\varepsilon \quad \text{en mm.}$$

Le troisième terme est négligeable, même devant les aberrations du troisième ordre (*voir* plus loin).

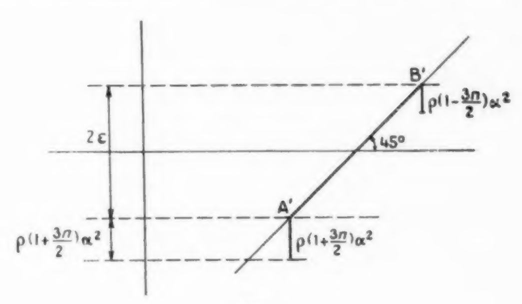


Fig. 8.

On prend donc comme largeur de la fente réelle de sortie une dimension telle que

$$2\varepsilon_i \geq 2\varepsilon + \rho\alpha^2$$

et, dans le cas particulier étudié,

$$2\varepsilon_i \geq 2\varepsilon + \frac{6}{100};$$

si l'on prend

$$2\varepsilon = \frac{15}{100} \text{ mm},$$

il faut avoir

$$2\varepsilon_i \geq \frac{21}{100};$$

on prend, par exemple,

$$2\varepsilon_i = \frac{25}{100}.$$

Donc, en l'absence d'autres aberrations pour un rayon de trajectoire de 20 cm *et un demi-angle d'ouverture de* 1°, *pour une fente de* 15/100ᵉ *de millimètre, il faut une fente réelle image de* 25/100ᵉ *de millimètre.*

7. COURBE DES MASSES.

Dans les calculs précédents on a implicitement supposé que le rayon ρ de la trajectoire de la particule était égal à la constante R choisie pour l'appareil. Ceci ne peut être réalisé que pour une seule masse à la fois par un choix convenable de la tension V_0 d'accélération et de la valeur H du champ magnétique pour un degré d'ionisation constant.

On peut se demander où vont les autres masses, celles pour lesquelles l'appareil n'est pas réglé.

On limite les calculs au cas symétrique et l'on fait

$$l_1 = d_1 = R.$$

Pour une masse différente de la masse M_0 pour laquelle le spectromètre est réglé, on a un rayon de trajectoire : $\rho \neq R$.

Les relations (8) sont alors

$$(28)\quad \begin{cases} u = 2\rho - R - \varepsilon, \\ v = R + \varepsilon, \\ w = \rho - R - \varepsilon. \end{cases}$$

Les relations (13), (14) et (19) deviennent

$$(29)\quad \begin{cases} x = R + \dfrac{(2\rho - R - \varepsilon)(R+\varepsilon)\sqrt{(2\rho - R - \varepsilon)(R+\varepsilon)}}{R\rho^2} \\ \qquad \times \left[\rho + \dfrac{R(\rho - R - \varepsilon)}{\sqrt{(2\rho - R - \varepsilon)(R+\varepsilon)}}\right], \\ y = \sqrt{(2\rho - R - \varepsilon)(R+\varepsilon)} \\ \qquad + \dfrac{(2\rho - R - \varepsilon)(R+\varepsilon)(\rho - R - \varepsilon)}{R\rho^2} \\ \qquad \times \left[\rho + \dfrac{R(\rho - R - \varepsilon)}{\sqrt{(2\rho - R - \varepsilon)(R+\varepsilon)}}\right]. \end{cases}$$

On va poser à nouveau

$$\frac{\varepsilon}{R} = n$$

que l'on peut considérer dans tous les cas comme un infiniment petit, et

$$\frac{\rho}{R} = m$$

qui n'est pas, en général, un infiniment petit.

Si l'on se limite dans les développements aux termes du premier ordre en n, les relations (29) deviennent

$$(30)\quad \begin{cases} x = R + R\dfrac{2m-1}{m^2}\left[m\sqrt{2m-1} + m - 1\right] \\ \qquad + R\left[\dfrac{3(m-1)\sqrt{2m-1}}{m} + \dfrac{2m^2 - 6m + 3}{m^2}\right] n, \\ y = R\sqrt{2m-1} + R\dfrac{(m-1)(2m-1)}{m^2}\left[m + \dfrac{m-1}{\sqrt{2m-1}}\right] \\ \qquad + R\dfrac{2m^2 - 6m + 3}{m^2}\left[m + \dfrac{m-1}{\sqrt{2m-1}}\right] n. \end{cases}$$

Intervalle de variation de m. — On a, pour M_0,

$$R = \frac{144\sqrt{V_0}}{H\sqrt{n}}\sqrt{M_0}.$$

pour une masse différente M, on a

$$\rho = \frac{144\sqrt{V_0}}{H\sqrt{n}}\sqrt{M}.$$

Supposons que M diffère de M_0 de ± 1 unité. On a

$$m = \frac{\rho}{R} = \sqrt{1 \pm \frac{1}{M_0}}.$$

Si $M_0 = 2$,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} < m < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

et si M_0 devient plus grand, m reste compris dans cet intervalle.

On peut donc tracer la courbe $\frac{y}{R}$ en fonction de $\frac{x-R}{R}$ en supposant $\varepsilon = 0$ (centre de la fente F_0) (*fig.* 9).

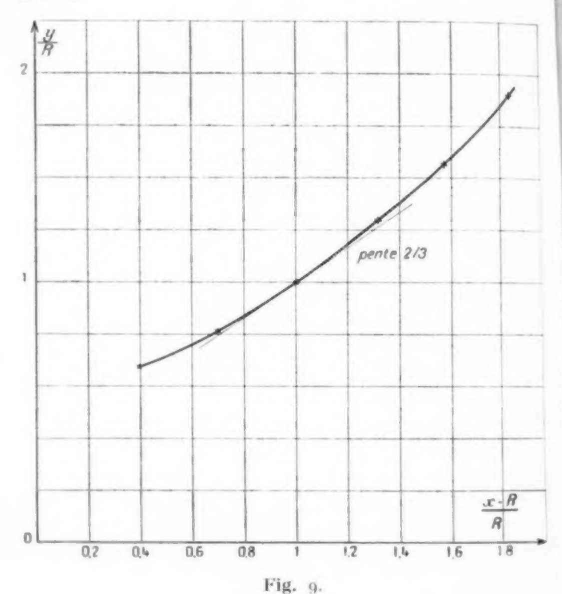


Fig. 9.

Au voisinage de $m = 1$, masses élevées, la pente est $2/3$. Cette courbe donne la position de l'image du centre de la fente objet F_0 pour une masse différente de la masse pour laquelle le spectromètre a été réglé (*fig.* 9).

8. DOUBLE COLLECTION.

On entend par double collection, la mesure simultanée des courants d'ions relatifs à deux masses différentes avec deux collecteurs séparés. Cette

question se rattache au calcul précédent, puisque le spectromètre étant réglé pour une masse il faut que la fente relative au deuxième collecteur soit convenablement placée par rapport à la première.

Deux cas sont à distinguer selon que l'écart relatif des deux masses est grand ou petit.

8.1. Masses faibles.

Si les masses sont faibles, l'écart relatif est grand et la position de la deuxième fente est obtenue à l'aide des relations (30) ou de la courbe de la figure 9.

8.2. Masses élevées.

C'est le cas par exemple de la séparation de deux isotopes d'un corps à forte masse moléculaire; on peut alors traiter $\frac{\Delta M}{M_0}$ comme un infiniment petit, donc aussi $\frac{\rho}{R}$.

Dans ce dernier cas, on pose

$$m = \frac{\rho}{R} = 1 + \frac{dR}{R} = 1 + p \tag{31}$$

et l'on traite p comme un infiniment petit.

D'après la relation (5), on a

$$\frac{dR}{R} = \frac{1}{2}\frac{dM}{M_0}. \tag{32}$$

Pour le cas symétrique

$$l_1 = d_1 = R$$

relativement à la masse M_0 ($\varepsilon = 0$), la fente F_0 a pour image

$$\left\{\begin{aligned} x &= 2R - Rn, \\ y &= R - Rn, \\ S &= \left[R + \frac{3R}{2}n\right]\alpha^2 \end{aligned}\right. \tag{27}$$

et pour la masse M

$$\left\{\begin{aligned} x &= 2R + 3Rp - R(1 - 3p)n, \\ y &= R + 2Rp - R(1 + 2p)n, \\ S &= R\left[(1 - p) + \frac{3}{2}(1 + p)n\right]\alpha^2. \end{aligned}\right. \tag{33}$$

Exemples numériques : 1° Considérons les deux isotopes du mercure les plus abondants de masse 200 et 202.

On a

$$\frac{dM}{M_0} = \frac{2}{200} = \frac{1}{100}.$$

Supposons l'appareil réglé pour la masse 202 (cette masse est reçue par le collecteur qui subsisterait en simple collection). On a alors

$$\frac{dM}{M} < 0,$$

d'où

$$p = \frac{1}{2}\frac{dM}{M} = -\frac{5}{1\,000}.$$

Pour un spectrographe pour lequel on a fixé

$$d_1 = l_1 = R = 200 \text{ mm},$$

les formules (33) donnent, en supposant $n = 0$ (image du centre de la fente F_0),

$$x_{202} = 400 \text{ mm},$$
$$y_{202} = 200 \text{ mm},$$
$$S_{202} = 20\,\alpha^2 \text{ cm}$$

qui, pour $\alpha = 1°$, est $\# 6/100^e$ et

$$x_{200} = 400 - 3 = 397 \text{ mm},$$
$$y_{200} = 200 - 2 = 198 \text{ mm},$$
$$S_{200} \# 20\,\alpha^2.$$

Ces résultats sont représentés sur la figure 10.

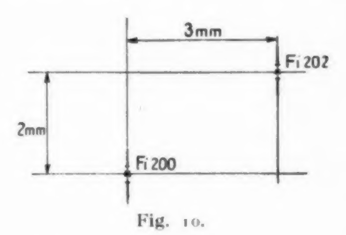


Fig. 10.

Tenons maintenant compte de la largeur de la fente objet en la prenant de 15/100e de millimètre. On a

$$n = \frac{15}{40\,000},$$

avec $p = 0$ pour la masse 202 et

$$p = -\frac{5}{1\,000}$$

pour la masse 200, avec toujours

$$R = d_1 = l_1 = 200 \text{ mm}.$$

a) $p = 0$ ($M_0 = 202$) : Un bord de la fente

$$x = 400 + 0{,}075 \text{ mm},$$
$$y = 200 + 0{,}075 \text{ mm};$$

l'autre bord

$$x = 400 - 0{,}075 \text{ mm},$$
$$y = 200 - 0{,}075 \text{ mm}.$$

b) $p = -\frac{5}{1000}$ ($M = 200$) : Un bord de la fente

$$x = 400 - 3 + 0{,}076 \text{ mm},$$
$$y = 200 - 2 + 0{,}074 \text{ mm};$$

l'autre bord

$$x = 400 - 3 - 0{,}076 \text{ mm},$$
$$y = 200 - 2 - 0{,}074 \text{ mm},$$

d'où la figure 11 où les cotes sont en millimètres et l'échelle non respectée.

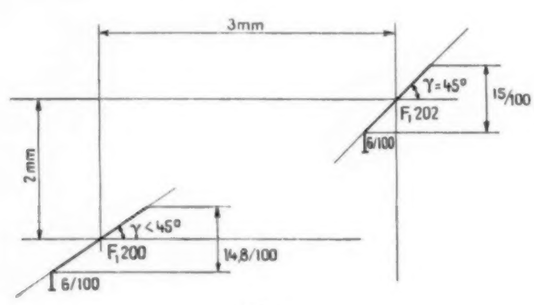


Fig. 11.

2° Si avec le même appareil on avait à séparer les masses 17 et 18 (OH^+ et H_2O^+), un calcul analogue conduit aux cotes de la figure 12 $\left(p = -\frac{1}{36},\ n = \frac{15}{40\,000}\right)$.

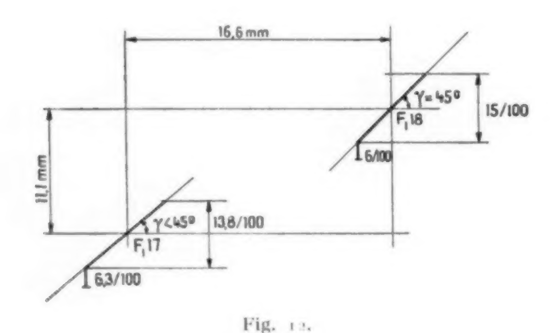


Fig. 12.

9. STABILITÉ DES SOURCES.

Dire que le spectromètre est réglé pour la masse M_0, c'est dire que pour cette masse le champ magnétique H et la tension d'accélération V_0 ont été choisis de telle sorte que le rayon de courbure de la trajectoire ρ est précisément égal à la constante R de l'instrument [form. (5)]. A une variation quelconque de H ou de V_0 correspond une variation du rayon de la trajectoire.

On a donc

$$p = \frac{dR}{R} = \frac{1}{2}\frac{dV}{V} + \frac{dH}{H}. \qquad (34)$$

On vient de voir que l'existence de p correspond à un déplacement du centre de l'image de F_0. Il faut que ce déplacement n'entraîne aucune perte dans la collection des ions.

On a vu qu'avec une fente objet de 15/100e de millimètre, l'image est de 21/100e de millimètre (§ 6 *c*). Si la fente collectrice est de 25/100e, on ne peut tolérer un déplacement de l'image que de $\frac{25-21}{100} = 4/100^e$ ou $\pm\, 2/100^e$ de millimètre. Si l'on prend la deuxième relation (33) avec $n = 0$ (centre de la fente), on doit avoir

$$y - R = 2Rp \leq 2/100^e \text{ de millimètre},$$

d'où

$$p \leq \frac{1}{100\,R}$$

et pour $R = 200$ mm,

$$p \leq \frac{1}{20\,000};$$

(34) devient alors

$$\frac{1}{2}\frac{dV}{V} + \frac{dH}{H} \leq \frac{1}{20\,000},$$

relation qui est satisfaite si

$$\frac{dH}{H} \leq \frac{1}{40\,000},$$
$$\frac{dV}{V} \leq \frac{1}{20\,000}.$$

Ainsi avec une fente objet de 15/100e de millimètre et une fente collectrice de 25/100e de millimètre, il faut assurer la constance du champ magnétique au moins au $\frac{1}{40\,000}$ *et la constance de la tension d'accélération des ions au moins au* $\frac{1}{20\,000}$ ($\rho = 200$ mm, $\alpha = 1°$, $\rho = d_1 = l_1$).

10. POUVOIR DE RÉSOLUTION.

Le pouvoir de résolution ou pouvoir séparateur de l'instrument définit son aptitude à séparer deux masses voisines. On peut le définir d'au moins deux manières différentes : soit qu'aux deux masses correspondent deux « pics » discernables, soit qu'à ces deux masses correspondent deux pics dont l'un

ne commence que quand l'autre est juste terminé. Dans le premier cas, il suffit que les centres des deux images soient distants de la largeur de la fente collectrice, dans le second qu'ils soient distants de deux fois cette largeur.

Dans le cas où la fente collectrice a 25/100e de millimètre de large, la première définition donne $\frac{dM}{M} = 2p$, d'après (5) et la deuxième relation (33) pour $n = 0$

$$y - R = 2Rp \geqq \frac{25}{100},$$

avec $R = 200$ mm

$$2p \geqq \frac{25}{20\,000},$$

donc

$$\frac{dM}{M} \geqq 1,25.10^{-3}.$$

C'est habituellement l'inverse de ce rapport qui sert de mesure au pouvoir de résolution. On a donc

$$\frac{M}{dM} \leqq 800.$$

Dans le cas de la deuxième définition, on obtient évidemment la valeur moitié

$$\frac{M}{dM} \leqq 400.$$

Ainsi, avec les fentes choisies, et compte tenu de la seule aberration du deuxième ordre, il est possible d'observer deux pics complètement séparés pour les deux masses 399 *et* 400, *mais il est encore possible de distinguer les deux pics correspondants aux deux masses* 799 *et* 800.

11. ABERRATION CHROMATIQUE.

a. Si tous les ions du faisceau ont des vitesses non nulles au départ, ces vitesses apparaissent comme des fluctuations de la tension d'accélération V_0; or nous venons de voir que celle-ci doit être stable au moins au $\frac{1}{20\,000}$; il ne faut donc pas que ces vitesses initiales exprimées en volts soient supérieures à $\frac{V_0}{20\,000}$.

Si l'on définit φ_0 par la relation

$$\frac{1}{2} mv^2 = e\varphi_0,$$

où v est la vitesse initiale de l'ion de masse m et de charge e, on doit avoir

$$\varphi_0 \leqq \frac{V_0}{20\,000}.$$

Pour $V_0 = 3\,000$ V,

$$\varphi_0 \leqq 0,15 \text{ V}$$

et pour $V_0 = 500$ V,

$$\varphi_0 \leqq 0,025 \text{ V}.$$

b. La vitesse initiale d'un ion peut être considérée comme la vitesse d'agitation thermique de la molécule dont il provient. La vitesse la plus probable d'une molécule de masse m dans une enceinte à température T est

$$v = \sqrt{\frac{2KT}{m}} \tag{35}$$

qui, portée dans (3), donne

$$\varphi_0 = \frac{KT}{e},$$

avec :

K, constante de Boltzmann $= 1,38.10^{-23}$ J/degré,
$e = 1,60.10^{-19}$ Cb,
T, en degré Kelvin;

d'où

$$\varphi_0 \# 8,6.10^{-5}\, T,$$

qui, pour $T = 500°$ K, donne $\varphi_0 = 0,04$ V, ce qui montre l'intérêt de travailler avec une tension V_0 suffisamment grande.

12. ABERRATION DU TROISIÈME ORDRE.

Si, pour le troisième ordre, on fait un calcul analogue à celui du paragraphe 4, on obtient

$$T = -\frac{\left\{\begin{array}{l}\rho\sqrt{uv}[uv(3\rho w - uv) - d_1^2(uv + 5w^2)] \\ \quad + d_1[\rho uv(3w^2 - \rho^2) \\ \qquad\qquad - d_1^2(5w^3 + uvw - \rho^2 w)]\end{array}\right\}}{2u^2v^2\sqrt{uv}}\alpha^3 \tag{36}$$

qui, dans le cas particulier $\rho = d_1 = l_1$ et $\varepsilon = 0$, donne

$$T = \frac{3}{2}\rho\alpha^3. \tag{37}$$

Exemple numérique : Pour $\rho = 200$ mm et $\alpha = \pm 1°$, on a

$$T = \pm\frac{1.6}{1\,000} \text{ mm}.$$

L'aberration n'est plus « repliée » sur elle-même,

par suite elle s'ajoute ou se retranche de l'aberration du second ordre. En fait, elle est environ 20 fois plus petite que cette dernière et parfaitement négligeable devant elle.

13. CORRECTION DE L'ABERRATION DU SECOND ORDRE.

13.1. Au moins dans les limites des hypothèses faites dans cette première partie, la petitesse de l'aberration du troisième ordre engage à la recherche des moyens de corriger l'aberration du second ordre.

Différentes solutions ont été données [5], [7], [8] qui permettent théoriquement cette correction.

L'aberration du second ordre peut être annulée en donnant une forme convenable aux limites du champ magnétique transversal.

Les formes les plus simples dont on puisse envisager la réalisation matérielle sont rectilignes et circulaires.

D'autres formes sont possibles, mais il faut penser que pour un spectromètre pour lequel on a

$$R = d_1 = l_1 = 200 \text{ mm}$$

avec une ouverture angulaire de 2°, l'étendue du faisceau à son entrée dans le champ déflecteur n'atteint pas 7 mm et que, par conséquent, c'est sur cette étendue que la forme choisie doit être parfaitement réalisée.

13.2. Limites rectilignes.

13.2.1. Relations générales. — On remplace la disposition déjà étudiée par une disposition telle que les limites idéales du champ magnétique transversal soient des plans parallèles au vecteur induction de ce champ dont les traces sur le plan de la figure sont des droites inclinées par rapport aux anciennes limites (*fig.* 13).

Le champ magnétique au lieu d'être limité au deuxième quadrant défini par les droites xx' et PQ est compris dans l'angle obtus formé par les droites Δ_1 et Δ_2. La droite Δ_1 passe par l'origine O et la droite Δ_2 passe par le point de coordonnées

$$x = y = l_1 = \rho.$$

(On suppose en effet que l'on a choisi $l_1 = \rho$ pour avoir une déviation de 90° pour le rayon central.)

Les équations des droites Δ_1 et Δ_2 sont respectivement

$$(38) \qquad (\Delta_1) \quad y = mx,$$

$$(39) \qquad (\Delta_2) \quad y - \rho = p(x - \rho).$$

On poursuit les calculs comme on l'a déjà fait.

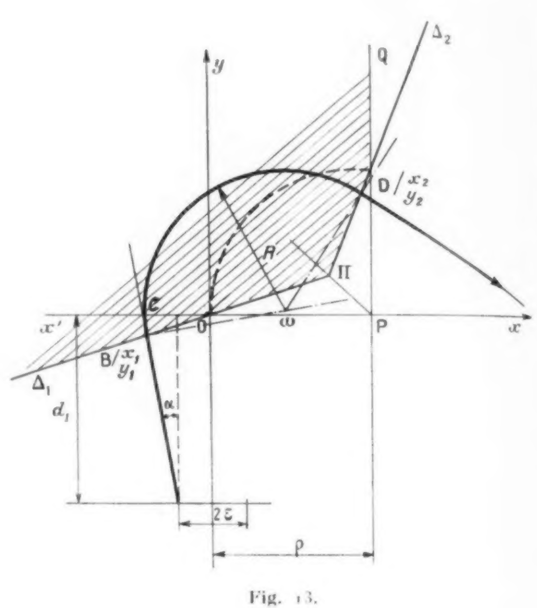


Fig. 13.

L'équation de la droite AC est

$$(40) \qquad y = -\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}(x + \varepsilon + d_1 \operatorname{tg}\alpha).$$

Elle coupe Δ_1 au point B (x_1, y_1), où x_1, y_1 sont solutions du système

$$y_1 = m x_1,$$

$$y_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}(x_1 + \varepsilon + d_1 \operatorname{tg}\alpha).$$

Comme α est petit, on développe $\operatorname{tg}\alpha$ en série en se limitant au troisième ordre, d'où

$$(41) \quad \begin{cases} x_1 = -\varepsilon - (d_1 - m\varepsilon)\alpha + m(d_1 - m\varepsilon)\alpha^2 \\ \qquad\qquad - (d_1 - m\varepsilon)\left(\dfrac{3m^2+1}{3}\right)\alpha^3, \\ y_1 = -m\varepsilon - m(d_1 - m\varepsilon)\alpha + m^2(d_1 - m\varepsilon)\alpha^2 \\ \qquad\qquad - m(d_1 - m\varepsilon)\left(\dfrac{3m^2+1}{3}\right)\alpha^3. \end{cases}$$

Le centre ω de la trajectoire circulaire a pour coor-

données

$$\omega(R\cos\alpha + x_1,\ R\sin\alpha + y_1),$$

d'où l'équation de la trajectoire

$$(42)\quad [x - (R\cos\alpha + x_1)]^2 + [y - (R\sin\alpha + y_1)]^2 = R^2$$

dont on détermine l'intersection avec la droite Δ_2 au point D (x_2, y_2) et x_2 et y_2 sont donnés par

$$[x_2 - (R\cos\alpha + x_1)]^2 + [y_2 - (R\sin\alpha + y_1)]^2 = R^2,$$

$$y_2 - \rho = p(x_2 - \rho).$$

La trajectoire rectiligne au-delà de D a pour équation

$$(43)\quad y - y_2 = -\frac{x_2 - (R\cos\alpha + x_1)}{y_2 - (R\sin\alpha + y_1)}(x - x_2).$$

Pour déterminer x_2 on le suppose développé sous la forme

$$(44)\quad x_2 = \rho + \overline{a} + \overline{b}\alpha + \overline{c}\alpha^2 + d\alpha^3.$$

Et si l'on pose

$$(45)\quad \begin{cases} \pi = \rho - R + \varepsilon, \\ \omega = \rho + m\varepsilon, \end{cases}$$

on obtient le système suivant pour déterminer les a, b, $\overline{c}$, d

$$(46)\quad \begin{cases} (\pi + \overline{a})^2 + (\omega + p\overline{a})^2 = R^2, \\ (\pi + a)\left[\overline{b} + (d_1 - m\varepsilon)\right] \\ \qquad + (\omega + p\overline{a})\left[p\overline{b} - R + m(d_1 - m\varepsilon)\right] = 0, \\ \left[\overline{b} + (d_1 - m\varepsilon)\right]^2 + \left[p\overline{b} + m(d_1 - m\varepsilon) - R\right]^2 \\ \quad + 2(\pi + a)\left[\overline{c} - m(d_1 - m\varepsilon) + \dfrac{R}{2}\right] \\ \quad + 2(\omega + pa)\left[pc - m^2(d_1 - m\varepsilon)\right] = 0 \\ (\pi + a)\left[d + (d_1 - m\varepsilon)\dfrac{3m^2 + 1}{3}\right] \\ \quad + \left[\overline{b} + (d_1 - m\varepsilon)\right]\left[c - m(d_1 - m\varepsilon) + \dfrac{R}{2}\right] \\ \quad + (\omega + p\overline{a})\left[pd + m(d_1 - m\varepsilon)\dfrac{3m^2 + 1}{3} + \dfrac{R}{6}\right] \\ \quad + \left[p\overline{b} + m(d_1 - m\varepsilon) - R\right] \\ \qquad\qquad \times \left[p\overline{c} - m^2(d_1 - m\varepsilon)\right] = 0. \end{cases}$$

Dans le cas général, ce système est de résolution compliquée; aussi on garde momentanément les a, b, c, d, dans les calculs qui suivent.

Si l'on pose

$$(47)\quad \frac{x_2 - (R\cos\alpha + x_1)}{y_2 - (R\sin\alpha + y_1)} = u + v\alpha + w\alpha^2 + \varpi\alpha^3,$$

on obtient

$$(48)\quad \begin{cases} u = \dfrac{\pi + a}{\omega + p\overline{a}}, \\ v = \dfrac{\overline{b} + d_1 - m\varepsilon}{\omega + pa} - \dfrac{(\pi + \overline{a})\left[p\overline{b} + m(d_1 - m\varepsilon) - R\right]}{(\omega + p\overline{a})^2}, \\ w = \dfrac{\overline{c} - m(d_1 - m\varepsilon) + \dfrac{R}{2}}{\omega + pa} \\ \qquad - \dfrac{\left[\overline{b} + (d_1 - m\varepsilon)\right]\left[p\overline{b} + m(d_1 - m\varepsilon) - R\right]}{(\omega + pa)^2} \\ \qquad - \dfrac{(\pi + a)\left[pc - m^2(d_1 - m\varepsilon)\right]}{(\omega + p\overline{a})^2} \\ \qquad + \dfrac{(\pi + \overline{a})\left[p\overline{b} + m(d_1 - m\varepsilon) - R\right]^2}{(\omega + pa)^2}, \\ \varpi = \dfrac{d + (d_1 - m\varepsilon)\dfrac{3m^2 + 1}{3}}{\omega + pa} \\ \qquad - \dfrac{u\left[pd + m(d_1 - m\varepsilon)\dfrac{3m^2 + 1}{3} + \dfrac{R}{6}\right]}{(\omega + pa)} \\ \qquad - \dfrac{v\left[p\overline{c} - m^2(d_1 - m\varepsilon)\right]}{\omega + pa} \\ \qquad - \dfrac{w\left[p\overline{b} + m(d_1 - m\varepsilon) - R\right]}{\omega + p\overline{a}} \end{cases}$$

et les droites (43) s'écrivent

$$(49)\quad \begin{aligned} y - (\rho + p\,a + p\,\overline{b}\alpha + p\,c\alpha^2 + p\,d\alpha^3) &= -(u + v\alpha + w\alpha^2 + \varpi\alpha^3) \\ &\quad \times \left[x - (\rho + a + \overline{b}\alpha + c\alpha^2 + d\alpha^3)\right]. \end{aligned}$$

Toutes ces relations permettent l'étude générale de l'imagerie.

13.2.2. ÉTUDE DU CAS $R = \rho$ ET $\varepsilon = 0$. — 13.2.2.1. *Équations générales.* — Dans le cas où l'on suppose la fente infiniment mince et le spectrographe réglé pour la masse en étude, les relations précédentes deviennent ($\pi = 0$, $\omega = \rho = R$)

$$(50)\quad \begin{cases} a = 0, \\ \overline{b} = \dfrac{\rho - md_1}{p}, \\ \overline{c} = \dfrac{m^2 d_1}{p} - \dfrac{\left[\rho + d_1(p - m)\right]^2}{2\rho p^3}, \\ \overline{d} = -\dfrac{\rho}{6p} - \dfrac{md_1(3m^2 + 1)}{3p} \\ \qquad + \dfrac{md_1(p - m)\left[\rho + d_1(p - m)\right]}{\rho p^3} \\ \qquad + \dfrac{\left[\rho + d_1(p - m)\right]^3}{2\rho^2 p^5} - \dfrac{\rho + d_1(p - m)}{2p^2} \end{cases}$$

et

$$(51)\quad \begin{cases} u = 0, \\ v = \dfrac{\rho + d_1(p-m)}{p\rho}, \\ w = \dfrac{1}{2} - \dfrac{md_1(p-m)}{p\rho} - \dfrac{[\rho + d_1(p-m)]^2}{2\rho^2p^2}, \\ \varpi = \dfrac{(p-m)d_1(3m^2+1)}{3p\rho} - \dfrac{1}{6p} \\ \qquad + \dfrac{md_1(p-m)[\rho + d_1(p-m)]}{\rho^2p^3} \\ \qquad + \dfrac{[\rho + d_1(p-m)]^3}{2\rho^3p^3} - \dfrac{[\rho + d_1(p-m)]}{2\rho p^2}. \end{cases}$$

Point stigmatique au premier ordre :

$$(52)\qquad x - \rho = \frac{p\bar{b}}{v} = \frac{(\rho - md_1)p\rho}{\rho + d_1(p-m)},$$

$$(53)\qquad y = \rho.$$

Si l'on coupe les droites (49) par la droite (52), compte tenu des relations (50) et (51), on a

$$(54)\qquad y = \rho + \left[p\bar{c} - p\bar{b}\frac{w}{v} + v\bar{b}\right]\alpha^2 + \left[p\bar{d} - p\bar{b}\frac{\varpi}{v} + w\bar{b} + v\bar{c}\right]\alpha^3$$

et l'aberration du second ordre sera nulle si

$$(55)\qquad p\bar{c} - p\bar{b}\frac{w}{v} + v\bar{b} = 0.$$

Après substitution et arrangement,

$$(56)\qquad [3\rho^2md_1 - \rho^3 - d_1^3]p^3 + 3d_1(\rho - md_1)^2p + 2(\rho - md_1)^3 = 0$$

quand d_1 est choisi, (56) est la relation qui doit exister entre p et m pour que l'aberration du second ordre soit nulle.

13.2.2.2. *Solution symétrique.* — On cherche une solution symétrique, c'est-à-dire que l'on veut satisfaire les deux conditions suivantes :

a. Les limites du champ magnétique sont symétriques;

b. L'image est à la même distance que l'objet des anciennes limites du champ magnétique.

Cette dernière condition s'écrit

$$x - \rho = d_1 = \frac{(\rho - md_1)p\rho}{\rho + d_1(p-m)}$$

et la première

$$pm = 1.$$

De ces conditions on tire

$$(57)\qquad d_1^2m^2 - 2\rho d_1 m + \rho^2 - d_1^2 = 0$$

qui admet pour racines

$$(58)\qquad m = \frac{\rho \pm d_1}{d_1}.$$

Si l'on porte dans (56), on obtient avec le signe +

$$\rho^2 d_1 = 0$$

qui n'est pas possible, et avec le signe —

$$2\rho^2[2\rho - 3d_1] = 0$$

dont la solution

$$(59)\qquad d_1 = \frac{2\rho}{3}$$

est valable et donne

$$(60)\qquad m = \frac{1}{2}, \qquad p = 2;$$

à $m = \frac{1}{2}$ correspond un angle de 26° 33′ et à $p = 2$ un angle de 63° 27′.

Ainsi pour que l'aberration du second ordre soit corrigée, dans l'hypothèse $R = \rho$ et $\varepsilon = 0$, et pour un système symétrique, il faut que les limites du champ

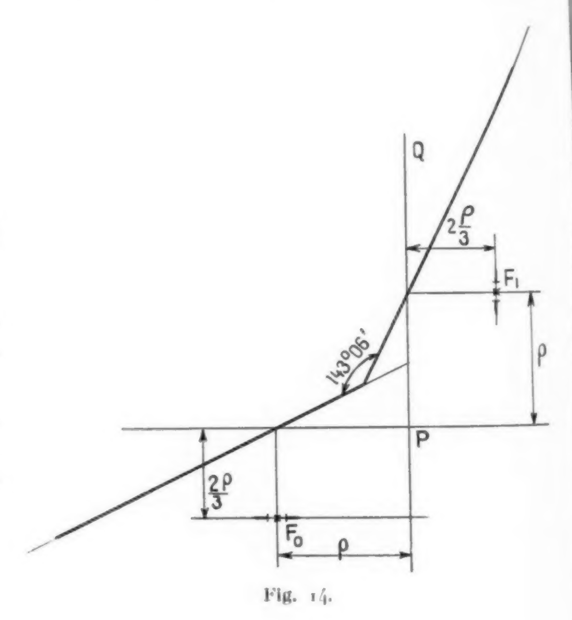


Fig. 14.

magnétique fassent un angle de 143° 06′ au lieu d'un angle de 90° et que les distances des fentes aux anciennes limites soient égales au 2/3 du rayon de la trajectoire circulaire (fig. 14).

13.2.2.3. *Évaluation de l'aberration du troisième ordre dans le cas symétrique.* — Elle est donnée par

$$\left[p\,d - p\,\bar{b}\,\frac{\varpi}{v} + w\,\bar{b} + v\,\bar{c}\right]\alpha^3,$$

avec $m = \frac{1}{2}$, $p = 2$ $d_1 = \frac{2\rho}{3}$, et l'on trouve

$$T = \frac{2\rho}{3}\alpha^3. \tag{61}$$

Si l'on compare à (37) on voit que l'aberration du troisième ordre est maintenant plus de deux fois plus petite qu'elle n'était sans correction de l'aberration du deuxième ordre.

13.2.3. Influence de la largeur de la fente objet. — On suppose réalisé le cas symétrique

$$l_1 = \rho = R, \qquad m = \frac{1}{2}, \qquad p = 2, \qquad d_1 = \frac{2\rho}{3}.$$

Les relations (45) sont alors

$$\pi = \varepsilon, \qquad \omega = \rho + \frac{\varepsilon}{2} \tag{62}$$

et, comme ε est petit, on pose $\frac{\varepsilon}{\rho} = n$ et l'on traite n comme un infiniment petit en se limitant au premier ordre, d'où

$$\bar{a} = -\frac{\rho n}{4}, \qquad u = \frac{3n}{4},$$

$$\bar{b} = \frac{\rho}{3}\left[1 - \frac{3n}{4}\right], \qquad v = 1 - \frac{3n}{4},$$

$$\bar{c} = -\frac{\rho}{6}\left[1 - \frac{15n}{8}\right]; \qquad w = \frac{27n}{16}$$

et le point stigmatique au premier ordre est

$$x = \rho + \frac{2\rho}{3}, \qquad y = \rho - \varepsilon. \tag{63}$$

Si l'on rapproche les relations (63) *des formules* (25), *on constate que la projection sur Oy de l'image de la fente est égale à la fente objet, que le retournement subsiste, mais que cette image est parallèle à Oy.*

13.2.4. Double collection. — On reste dans le cas symétrique, et l'on cherche la position de la fente image correspondant à une masse M différente de la masse M_0 pour laquelle le spectromètre est réglé. On a donc

$$R = \rho + d\rho$$

et l'on pose

$$\frac{R}{\rho} = 1 + t$$

et l'on traite t comme un infiniment petit (isotopes de masse élevée). On a

$$\bar{a} = \frac{\rho t}{2} - \frac{\rho n}{4}, \qquad u = \frac{3n}{4} - \frac{t}{2},$$

$$\bar{b} = \frac{\rho}{3}\left[1 - \frac{3n}{4} + \frac{9t}{4}\right], \qquad v = 1 - \frac{3n}{4} - \frac{t}{4},$$

$$\bar{c} = -\frac{\rho}{6}\left[1 - \frac{15n}{8} + \frac{3t}{4}\right]; \qquad w = \frac{27n}{16} - \frac{3t}{8}$$

et le point stigmatique au premier ordre est

$$\begin{cases} x = \rho + \dfrac{2\rho}{3} + 2\rho t, \\ y = \rho - \rho n + \dfrac{4\rho}{3}t. \end{cases} \tag{64}$$

Exemples numériques : Prenons comme au paragraphe 8 les deux isotopes du Hg 200 et 202. On a

$$t = -\frac{5}{1000}, \qquad \text{avec} \quad d_1 = l_1 = \rho = 200 \text{ mm} \qquad (\varepsilon = 0),$$

d'où

$$x_{202} = 333.3 \text{ mm}, \qquad x_{200} = 333.3 - 2 \quad \text{mm},$$

$$y_{202} = 200 \quad \text{mm}, \qquad y_{200} = 200 \quad - 1.3 \text{ mm},$$

$$S = 0;$$

d'où la figure 15 à rapprocher de la figure 10.

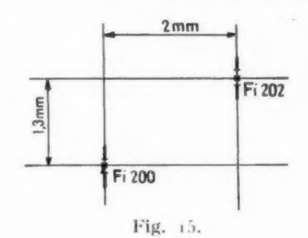


Fig. 15.

13.3. Limites circulaires.

13.3.1. Relations générales. — On conduit le calcul suivant le schéma déjà adopté en utilisant les notations de la figure 16.

Les traces des limites du champ magnétique idéal sont les deux circonférences Γ_1 et Γ_2 de rayons ρ_1 et ρ_2 que l'on suppose tangentes aux anciennes limites Ox et PQ, d'une part en O et, d'autre part, au point de coordonnées (ρ, ρ).

Équations des circonférences Γ_1 et Γ_2 :

$$\Gamma_1 \quad x^2 + (y - \rho_1)^2 = \rho_1^2; \tag{65}$$

$$\Gamma_2 \quad [x - (\rho - \rho_2)]^2 + [y - \rho]^2 = \rho_2^2. \tag{66}$$

La droite AB a pour équation

$$y + d_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}(x + \varepsilon). \tag{67}$$

elle coupe Γ_1 en x_1, y_1 que l'on obtient facilement

$$(68)\qquad \left\{\begin{array}{l} x_1 = -d_1\alpha - \left(\dfrac{d_1^2}{2\rho_1} + \dfrac{d_1}{3}\right)\alpha^3, \\ y_1 = \dfrac{d_1^2}{2\rho_1}\alpha^2. \end{array}\right.$$

La trajectoire a pour équation

$$(69)\qquad [x - (R\cos\alpha + x_1)]^2 + [y - (R\sin\alpha + y_1)]^2 = R^2$$

qui coupe Γ_2 au point x_2, y_2, d'où l'équation des

Fig. 16.

trajectoires hors du champ,

$$(70)\qquad y - y_2 = -\frac{x_2 - (R\cos\alpha + x_1)}{y_2 - (R\sin\alpha + y_1)}(x - x_2).$$

Les calculs sont faciles à conduire si l'on pose

$$(71)\qquad \left\{\begin{array}{l} x_2 = \underline{a} + \underline{b}\,\alpha + \underline{c}\,\alpha^2 + \underline{d}\,\alpha^3, \\ y_2 = \overline{a} + \overline{b}\,\alpha + \overline{c}\,\alpha^2 + \overline{d}\,\alpha^3 \end{array}\right.$$

et donnent

$$(72)\qquad \left\{\begin{array}{l} a = \underline{a} = \rho, \\ \underline{b} = 0, \\ \overline{b} = \rho, \\ \underline{c} = -\dfrac{\rho^2}{2\rho_2}, \\ \overline{c} = \dfrac{d_1^2}{2}\left(\dfrac{1}{\rho_1} - \dfrac{1}{\rho}\right), \\ \underline{d} = -\dfrac{\rho d_1^2}{2\rho_2}\left(\dfrac{1}{\rho_1} - \dfrac{1}{\rho}\right), \\ \overline{d} = -\dfrac{\rho}{6} - \dfrac{d_1}{2}\left(1 - \dfrac{\rho}{\rho_2}\right) \end{array}\right.$$

et si l'on pose à nouveau

$$(73)\qquad \frac{x_2 - (R\cos\alpha + x_1)}{y_2 - (R\sin\alpha + y_1)} = u + v\alpha + w\alpha^2 + \varpi\alpha^3,$$

$$(74)\qquad \left\{\begin{array}{l} u = 0, \\ v = \dfrac{d_1}{\rho}, \\ w = \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{\rho}{\rho_2}\right), \\ \varpi = \dfrac{d_1}{2\rho} + \dfrac{d_1^2}{2\rho^2}\left[\dfrac{d_1}{\rho} + \dfrac{\rho}{\rho_1} + \dfrac{\rho}{\rho_2} - \dfrac{\rho^2}{\rho_1\rho_2}\right], \end{array}\right.$$

d'où les droites (70).

Si l'on cherche l'enveloppe au premier ordre, on trouve

$$(75)\qquad x = \rho + \frac{\rho^2}{d_1}, \qquad y = \rho.$$

Si l'on compare (75) à (15), on voit que l'image occupe la même position pour les limites circulaires que pour les anciennes limites rectilignes à angle droit.

Si l'on coupe (70) par la droite $x = \rho + \frac{\rho^2}{d_1}$, on obtient

$$(76)\qquad y = \rho - \left[\frac{d_1^3 + \rho^3}{2\rho d_1} - \frac{d_1^2}{2\rho_1} - \frac{\rho^3}{2d_1\rho_2}\right]\alpha^2 - \left[\frac{\rho}{2} + \frac{d_1}{2} + \frac{d_1}{2}\left(\frac{d_1}{\rho} + \frac{\rho}{\rho_1} + \frac{\rho}{\rho_2} - \frac{\rho^2}{\rho_1\rho_2}\right)\right]\alpha^3,$$

d'où l'aberration du second ordre

$$(77)\qquad S = \left[\frac{d_1^3 + \rho^3}{2\rho d_1} - \frac{d_1^2}{2\rho_1} - \frac{\rho^3}{2d_1\rho_2}\right]\alpha^2$$

et celle du troisième ordre

$$(78)\qquad T = \left[\frac{\rho}{2} + \frac{d_1}{2} + \frac{d_1}{2}\left(\frac{d_1}{\rho} + \frac{\rho}{\rho_1} + \frac{\rho}{\rho_2} - \frac{\rho^2}{\rho_1\rho_2}\right)\right]\alpha^3.$$

L'aberration du second ordre est nulle si l'on a

$$(79)\qquad \frac{d_1^3 + \rho^3}{2\rho d_1} - \frac{d_1^2}{2\rho_1} - \frac{\rho^3}{2d_1\rho_2} = 0,$$

relation qui lie ρ, d_1, ρ_1 et ρ_2.

Cas symétrique : Dans ce cas,

$$d_1 = \rho \qquad \text{et} \qquad \rho_1 = \rho_2;$$

la condition (79) donne

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho.$$

Les rayons des circonférences qui limitent le champ magnétique sont égaux au rayon de la trajectoire circulaire quand l'aberration du second ordre est nulle.

Dans ce cas l'aberration du troisième ordre est

$$(80)\qquad T = 2\rho\alpha^3.$$

Si l'on compare (80) à (61), on constate que l'aberration du troisième ordre est trois fois plus grande avec des limites circulaires qu'avec des limites rectilignes. Par contre, la position de l'objet et de l'image dans le cas des limites circulaires est inchangée.

Pour un spectrographe existant, on peut donc retoucher la forme des pièces polaires pour annuler l'aberration du second ordre sans toucher au tube analyseur.

13.3.2. Influence de la largeur de fente. — On se place dans le cas symétrique avec $\rho = \rho_1 = \rho_2$, mais on suppose $R \neq \rho$.

En posant, comme déjà vu,

$$\frac{\varepsilon}{\rho} = n \qquad \text{et} \qquad \frac{R}{\rho} = 1 + t$$

et en traitant n et t comme des infiniment petits, on obtient, en supposant d'abord $t = 0$ (simple collection)

$$(81) \quad y = \rho + \rho(1 - 2n)\alpha - \frac{\rho}{6}(1 + 12n)\alpha^3 - \left[n + \alpha + \frac{13n}{2}\alpha^2 + \frac{4}{3}\alpha^3\right] \times \left[x - \rho + \frac{\rho}{2}(1 - 4n)\alpha^2\right];$$

le point stigmatique au premier ordre est

$$(82) \quad \begin{cases} x = 2\rho - 2\varepsilon, \\ y = \rho - \varepsilon. \end{cases}$$

La projection de l'image de la fente objet sur Oy est égale à la fente objet, l'image est renversée, mais elle a par rapport à Ox la pente $\frac{1}{2}$ (*fig.* 17).

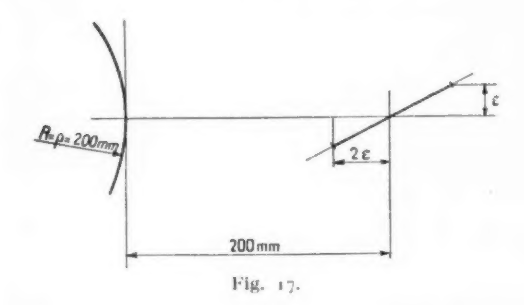


Fig. 17.

13.3.3. Double collection. — Si l'on fait $n = 0$ et $t \neq 0$, on obtient

$$(83) \quad y = \rho(1 + t) + \rho(1 + 3t)\alpha + \frac{3\rho t}{2}\alpha^2 - \frac{\rho}{6}(1 - 24t)\alpha^3 - \left[-t + (1 - 2t)\alpha - 5t\alpha^2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{17t}{3}\right)\alpha^3\right] \times \left[x - \rho + \rho t\alpha + \frac{\rho}{2}(1 + 6t)\alpha^2 + \frac{11\rho t}{6}\alpha^3\right]$$

et le point stigmatique au premier ordre

$$(84) \quad \begin{cases} x = 2\rho + 5\rho t, \\ y = \rho + 2\rho t. \end{cases}$$

Exemple numérique : Pour les deux isotopes 200

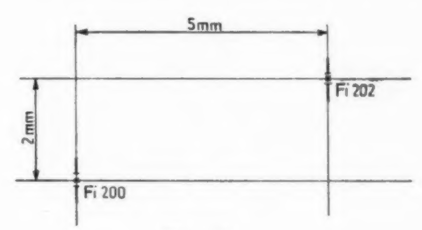


Fig. 18.

et 202 du Hg^+ et pour 200 mm, on a (*fig.* 18) à rapprocher des figures 10 et 15

$$x_{202} = 200, \qquad x_{200} = 200 - 5 \text{ mm};$$
$$y_{202} = 200, \qquad y_{200} = 200 - 2 \text{ mm},$$

13.4. Résumé des résultats relatifs à la correction de l'aberration du second ordre.

13.4.1. Champ idéal. — Il ne faut pas perdre de vue que l'on a fait l'hypothèse d'un champ magnétique idéal et de trajectoires contenues dans un plan.

13.4.2. Cas symétrique. — Si l'on suppose la déviation du faisceau de 90°, la fente objet et la fente image à la même distance des limites du champ, on peut former le tableau suivant :

Aberration du second ordre.	Position du centre		Amplitude de l'aberration	
	de l'objet.	de l'image.	du second ordre.	du troisième ordre.
Non corrigée	$x = 0$ $y = -\rho$	$x = 2\rho$ $y = \rho$	$S = \rho\alpha^2$	$T = \frac{3}{2}\rho\alpha^3$
Corrigée avec limites linéaires	$x = 0$ $y = -\frac{2}{3}\rho$	$x = \rho + \frac{2\rho}{3}$ $y = \rho$	0	$T = \frac{2\rho}{3}\alpha^3$
Corrigée avec limites cirulaires	$x = 0$ $y = \rho$	$x = 2\rho$ $y = \rho$	0	$T = 2\rho\alpha^3$

14. ÉTUDE DE L'INFUENCE DE LA PRÉCISION DE CONSTRUCTION ET DE LA PRÉCISION DES RÉGLAGES SUR LES PERFORMANCES (CAS OU L'ABERRATION DU SECOND ORDRE N'EST PAS CORRIGÉE).

14.1. Influence de la position de l'aimant.

On suppose encore que la déviation est de 90° et qu'on a un montage symétrique. L'aimant devrait occuper la position OP, PQ; en fait, il occupe une position différente que l'on peut considérer comme le résultat de deux translations parallèlement à Ox et parallèlement à Oy et d'une rotation d'angle β (*fig.* 19).

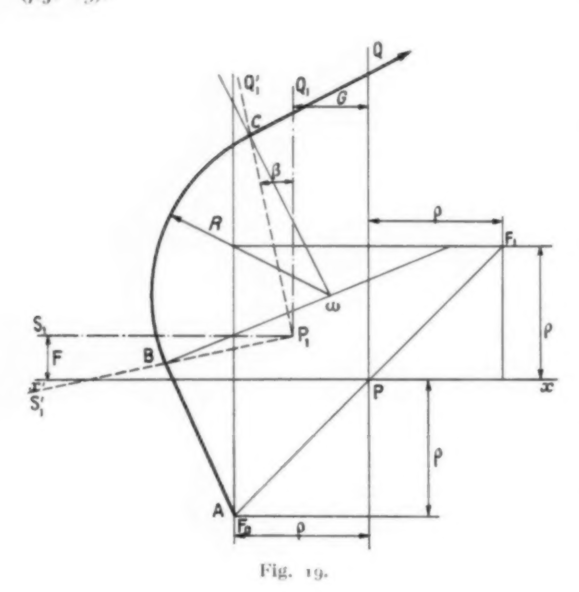


Fig. 19.

On va faire le calcul comme précédemment, mais en supposant β petit ainsi que F et G devant ρ; d'autre part, on va prendre pour rayon de la trajectoire $R \neq \rho$.

La droite AB d'équation

$$(85) \qquad y + \rho = -\frac{x}{\operatorname{tg}\alpha}$$

coupe en B (x_1, y_1) la droite $P_1S'_1$ d'équation

$$(86) \qquad y - F = s[x - (\rho - G)],$$

où l'on a posé

$$s = \operatorname{tg}\beta.$$

Les coordonnées du centre ω sont

$$R\cos\alpha + x_1, \qquad R\sin\alpha + y_1$$

et la trajectoire circulaire a pour équation

$$(87) \qquad [x - (R\cos\alpha + x_1)]^2 + [y - (R\sin\alpha + y_1)]^2 = R^2$$

qui coupe en C (x_2, y_2) la droite $P_1Q'_1$ d'équation

$$(88) \qquad y - F = -\frac{1}{s}[x - (\rho - G)].$$

Les trajectoires au-delà de $P_1Q'_1$ sont alors des droites d'équation

$$(89) \qquad y - y_2 = -\frac{x_2 - (R\cos\alpha + x_1)}{y_2 - (R\sin\alpha + y_1)}(x - x_2)$$

qui coupent le plan de la fente réelle image au point $x = 2\rho$. On pose

$$(90) \qquad \frac{G}{\rho} = g, \qquad \frac{F}{\rho} = f.$$

On considère g et f comme des infiniment petits en se limitant au premier ordre en f, g et s.

Tous calculs faits, on trouve

$$(91) \qquad \left\{\begin{aligned} y = {} & \rho + F + G + 2(R - \rho) \\ & + [\rho\operatorname{tg}\beta - F + 3(R - \rho)]\alpha \\ & - \left[\rho + F - \frac{3}{2}G - 3\rho\operatorname{tg}\beta - \frac{5}{2}(R - \rho)\right]\alpha^2, \\ x = {} & 2\rho. \end{aligned}\right.$$

Le réglage correct correspond évidemment à

$$F = G = \operatorname{tg}\beta = 0 \qquad \text{et} \qquad R = \rho;$$

mais il peut paraître correct si

$$(92) \qquad \left\{\begin{aligned} F + G + 2(R - \rho) &= 0, \\ \rho\operatorname{tg}\beta - F + 3(R - \rho) &= 0. \end{aligned}\right.$$

L'aberration du second ordre n'étant plus tout à fait $S = \rho\alpha^2$.

Discussion. — *a.* La première relation (92) montre que l'on peut toujours amener la « tache » sur le collecteur en jouant sur R, c'est-à-dire sur le champ magnétique; dans ces conditions il y a une aberration du premier ordre

$$(93) \qquad \left[\rho\operatorname{tg}\beta - \frac{5F + 3G}{2}\right]\alpha.$$

Pour l'annuler, il faut nécessairement déplacer l'aimant par rapport au tube.

Supposons que cela soit effectué et que l'on ait

$$\rho\operatorname{tg}\beta = \frac{5F + 3G}{2},$$

l'aberration du second ordre est alors

$$(94) \qquad S = \left(\rho - \frac{21F}{4} - \frac{19G}{4}\right)\alpha^2.$$

Suivant les signes de F et de G, cette aberration est plus grande ou plus petite que dans le cas du réglage correct.

b. On peut, par mesure du champ magnétique, s'arranger à ce que pour la masse choisie on ait $R = \rho$; dans ces conditions on a un réglage valable si

$$\left\{ \begin{array}{l} F + G = 0, \\ \rho \operatorname{tg} \beta = F. \end{array} \right. \tag{95}$$

L'aberration du second ordre est alors

$$S' = \left(\rho - \frac{F}{2} \right) \alpha^2. \tag{96}$$

Il faut donc s'assurer que F est ≥ 0 pour conserver le pouvoir de résolution de l'appareil.

c. Exemples numériques : Si l'on suppose $F = 1$ mm, on voit que le terme du premier ordre sera nul si l'on a (pour $\rho = 200$ mm)

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{200} \qquad \text{ou} \qquad \beta = 17'.$$

14.2. Influence de la distance entre la fente objet et la fente collectrice.

Si la construction est parfaitement rigoureuse, cette distance est $2\rho\sqrt{2}$. Si, pour une raison quelconque, défaut de construction ou dilatation non réversible, cette distance est légèrement différente de la valeur précédente et devient

$$2\rho\sqrt{2}(1 + \varepsilon),$$

il suffira de prendre pour rayon de courbure de la trajectoire $\rho(1 + \varepsilon)$ et régler le champ magnétique et la position de l'aimant en conséquence.

15. CONCLUSION.

En supposant les trajectoires des ions contenues dans un plan perpendiculaire aux lignes de force d'un champ magnétique et ce champ uniforme et s'arrêtant brusquement le long de certaines limites, on a pu déterminer très complètement la formation de l'image d'une fente objet. Des formules classiques ont été retrouvées comme cas particulier de formules plus générales.

L'étude des moyens techniquement les plus simples de correction de l'aberration du second ordre a montré que l'adoption de limites rectilignes faisant un angle de 143° conduisait à une aberration du troisième ordre plus faible que pour des limites circulaires, mais qu'en double collection il est plus difficile de loger les deux collecteurs.

Enfin l'examen de l'influence de la précision de la construction et des réglages a montré que pour s'assurer de la symétrie du spectromètre on ne peut compter que sur des mesures géométriques et non sur l'observation d'un spectre.

Dans une deuxième partie, l'étude précédente sera reprise, compte tenu des effets du débordement du champ magnétique.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] R. A. MILLIKAN, *L'électron*, Félix Alcan, 1926.

[2] F. SODDY, *Le Radium*, Félix Alcan, 1921.

[3] On trouvera l'étude comparée des premiers spectrographes de masse dans : J. THIBAUD, L. CARTAN et P. COMPARAT, *Quelques techniques nouvelles en Physique nucléaire*, Gauthier-Villars, 1938, p. 115, et dans *Handbuch der Physik*, t. 33, 1956, Springer Verlag.

[4] R. HERZOG, *Ionen und elektronenoptische Zylinderlinsen und Prismen* (*Z. Physik*, t. 89, 1934, p. 447-473).

[5] L. CARTAN, *L'optique des rayons positifs et ses applications à la spectrographie de masse* (*Ann. Phys.*, t. 10, 1938, p. 426-502. *Voir* aussi *J. Phys. Rad.*, t. 8, 1937, p. 453).

[6] M. COTTE, *Recherches sur l'optique électronique* (*Thèse*, Masson, Paris, 1938).

[7] G. P. BAINARD, *Modern Mass Spectrometry*, London, 1953, p. 28.

[8] A. EWALD et H. HINTENBERGER, *Methoden und Anwendungen der Massenspektroskopie*, Verlag Chimie, 1953, p. 87.

Imp. GAUTHIER-VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
148 713

Dépôt légal, Imprimeur 1956, n° 1099

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
148713
Dépôt légal, Imprimeur, 1956, n° 1099

Le Gérant : L. P. BOULANGER.

